

УДК 624.4:539.374

Бабков О. В., канд. техн. наук, доц., <https://orcid.org/0000-0001-5075-4239>

Національна академія образотворчого мистецтва і архітектури, м. Київ, Україна

## ОПТИМАЛЬНЕ ПРОЕКТУВАННЯ РЕБРИСТОЇ ПЛИТИ

### Анотація

**Вступ.** Мета оптимізації полягає в знаходженні найкращого варіанта серед можливих. Методи оптимізації застосовуються у розрахунку оптимальних технологій, оптимальної геометричної форми конструкції, витрат матеріалів і подібних задач. Одним із варіантів є відшукання найбільш економічної конструкції з урахуванням різних можливих форм вичерпання несної здатності конструкції, тут — ребристої плити. Відповідно до змісту кінематичного методу несна здатність — здатність конструкції сприймати граничне навантаження, визначається як найменша за різними формами руйнування. У роботі [1] в оптимізаційних розрахунках незалежними змінними були шість величин, а саме товщина плити, кількість балок в поперечному перерізі, висота балок, армування балок і армування плити в двох напрямках. Параметрами оптимізаційної задачі були границі текучості арматури балок і плити, довжина прогону, величина заданої несної здатності, спосіб спорудження і строк експлуатації.

**Проблематика.** Відшукання оптимальних параметрів майбутньої конструкції, а при вимушеному відхиленні від оптимума — відшукання вартості такого відхилення.

**Мета.** Виявлення впливу параметрів на показники оптимального проекту довжини прогону, інтенсивності заданого рівномірного навантаження, способу спорудження, планованої тривалості експлуатації та інших чинників.

**Матеріали та методи.** Використано апробовану методику розрахунку несної здатності, яка базується на кінематичному методі теорії граничної рівноваги, за допомогою якого була оцінена несна здатність ребристих плит.

**Результати.** Завдяки численным розрахункам виявлено вплив параметрів на показники оптимального проекту, а саме довжини прогону інтенсивності заданого рівномірного навантаження, способу спорудження, планованої тривалості експлуатації та інших чинників. Отримані результати носять довідковий характер і не претендують на широкі узагальнення.

**Висновки.** З'ясовано, що ціни на матеріали і роботи суттєво впливають не тільки на вигляд оптимального проекту, але можуть дещо змінити усталені уявлення про загальноновживані показники таких конструкцій.

**Ключові слова:** залізобетонна балка, кінематичний метод, несна здатність, оптимальне проектування, ребриста плита.

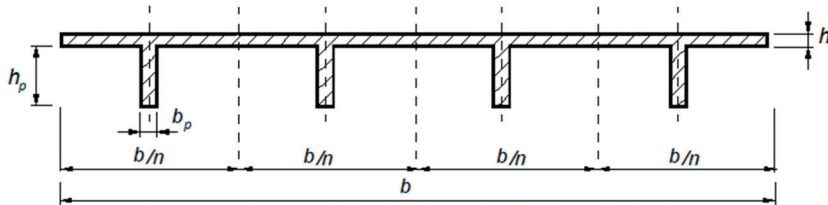
### Вступ

Після того, як визначено місце розташування руслових і заплавних опор, а також обрано довжини прогонів, можна переходити до проектування прогонових будов. Із точки зору будівельної механіки звичайна балкова прогонова будова може розглядатися як плита, підкріплена ребрами одного напрямку. Хоча чинні норми проектування повністю регламентують належні розрахунки, було би корисно вже на початкових етапах проектування приблизно знати основні параметри майбутньої конструкції — товщину плити, розміри перерізів балок, їх кількість по ширині проїзної

частини, армування плити і балок.

У роботі [1] для попереднього визначення таких показників запропоновано розрахункову модель задачі оптимального проектування з наступними припущеннями: балки вважаються розрізними, шарнірно закріпленими на опорах; поперечне навантаження рівномірно розподілене по всій плиті проїзної частини.

На рис. 1 показано поперечний переріз прогону регулярної структури.



$b$  — ширина плити проїзної частини;  $l$  — довжина прогону;  $h$  — товщина плити;  $h_p$  — висота балки;  $b_p$  — ширина балки, постійна по всій висоті;  $n$  — кількість балок в перерізі;  $A_S$  — площа перерізу робочої арматури балки;  $\mu$  — коефіцієнт армування розтягнутої зони балки;  $A_Y$  — погонна площа перерізу поздовжньої арматури плити;  $A_X$  — погонна площа перерізу поперечної арматури в плиті;  $q$  — інтенсивність розподіленого поперечного навантаження;  $\sigma_T$  — границя текучості сталльної арматури,  $\sigma$  — міцність бетону при стиску

Рисунок 1 — Поперечний переріз прогону

У роботі [1] було введено такі безрозмірні величини:  $\psi = lb^{-1}$  — відносна довжина прогону;  $\varepsilon = hb^{-1}$  — відносна товщина плити,  $\nu = h_p b^{-1}$  — відносна висота балки;  $\beta = b_p h_p^{-1}$  — відносна ширина балки;  $p = q\sigma^{-1}$  — відносна інтенсивність поперечного навантаження.

Модель [1] побудовано на оцінках несної здатності конструкцій, для цього залучено кінематичний метод теорії граничної рівноваги, який приводить до верхніх її оцінок. Важливою особливістю такого підходу є виняткова простота (на відміну від нормативних розрахунків), а отримувані вирази мають замкнуту форму — вигляд готових розрахункових співвідношень, а не процедур. Розрахунки побудовано на порівнянні різних можливих форм вичерпання несної здатності ребристої плити (рис. 2) а) — балкової, б) плитної — поміж балок, в) консольної. Відповідно до змісту кінематичного методу несну здатність визначають як найменшу за різними формами руйнування.

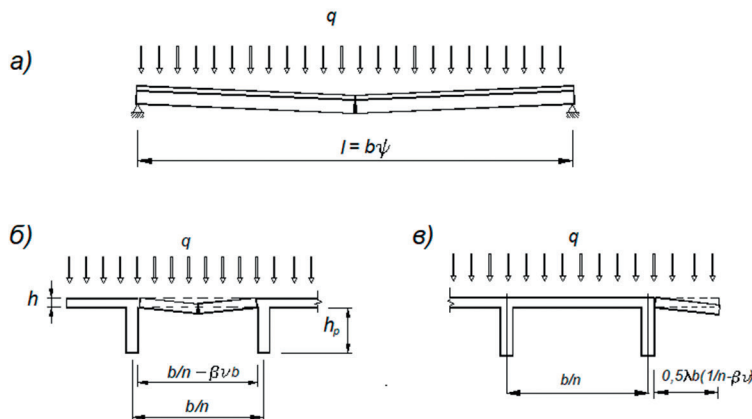


Рисунок 2 — Форми руйнування: а) балкова, б) плитна, в) консольна

Далі наведено остаточний вигляд і складові цільової функції, запропонованої в [1].  
Повна вартість матеріалів (1):

$$Z_1 = b^3 \psi \left\{ C_1 n (\varepsilon n^{-1} + \beta v^2) + C_2 \gamma \left[ n \mu_R v^2 \beta + \varepsilon (\mu_x + \mu_y) \right] \right\}, \quad (1)$$

де  $C_1$  — вартість 1 м<sup>3</sup> укладеного монолітного бетону;  
 $C_2$  — вартість 1 т арматурної сталі;  
 $\gamma$  — питома вага сталі.

Для монолітної прогонової будови використовується опалубка, витрати на яку пропорційні до площі поверхні споруджуваної прогонової будови:

$$Z_2 = C_3 b^2 \psi (1 + 2nv + 2\varepsilon), \quad (2)$$

де  $C_3$  — вартість 1 м<sup>2</sup> опалубки.

Крім зведення враховуються також витрати на експлуатацію конструкції протягом певного терміну  $t$  років. Експлуатаційні витрати, які пропорційні до площі поверхні і різночасові витрати з дисконтуванням враховуються як:

$$Z_3 = C_4 b^2 \psi (1 + 2nv + 2\varepsilon) (1 + E)^{-t}, \quad (3)$$

де  $C_4$  — витрати на експлуатацію 1 м<sup>2</sup> поверхні конструкції в рік;  
 $E$  — коефіцієнт економічної ефективності.

Остаточну цільову функцію обчислюють як суму

$$Z = Z_1 + Z_2 + Z_3. \quad (4)$$

У подальшому для розв'язання оптимізаційної задачі будемо шукати мінімум  $Z$ , змінюючи згадані вище змінні проектування — товщину плити, кількість балок, їх розміри і армування.

Запропоновану модель належить використовувати не замість нормативних розрахунків, а перед ними для того, щоб:

- мати попереднє уявлення про оптимальні показники майбутньої конструкції;
- при вимушеному відхиленні від оптимума знати вартість такого відхилення.

## Виклад основного матеріалу

Метою роботи, поданої нижче, є виявлення впливу на показники оптимального проекту довжини прольоту, інтенсивності заданого рівномірного навантаження, способу спорудження, планованої тривалості експлуатації та інших чинників. Для цього було проведено серію розрахунків за методикою [1]. Тут треба пояснити, що від моменту цієї публікації минуло 12 років. За цей час суттєво змінилися розцінки на матеріали і роботи, проте майже не змінилося співвідношення між цінами. Оскільки завданням не є докладний і повний офіційний кошторис, буде цілком прийнятним в подальших розрахунках оперувати не самими цінами, що їх наведено в [1], а співвідношеннями між ними.

Відповідно до [1], в оптимізаційних розрахунках незалежними змінними були шість величин, а саме товщина плити, кількість балок в поперечному перерізі, висота балок, армування балок і армування плити в двох напрямках. Параметрами оптимізаційної задачі були границі текучості арматури балок і плити, довжина прольоту, ширина проїзної частини, величина несної здатності, спосіб спорудження і планований термін експлуатації тобто було також збережено шестивимірний простір проектування.

У цій роботі розрахункова модель [1] отримала подальшого розвитку — враховано деградацію несних властивостей конструкції внаслідок корозії бетону й арматури протягом певного часу. В попередній роботі [2] було застосовано дві різні степеневі залежності вигляду  $\delta = C_1 t^{C_2}$  відповідно для опису руйнування самого лише захисного шару і для подальшої спільної корозії бетону і арматури. Тут же на відміну від [2] застосовано одну узагальнену модель деградації несних властивостей також вигляду  $\delta = C\sqrt{t}$ , яка описує зменшення в часі граничних згинальних моментів в плиті та ребрах прогонової будови.

Частину прикладів оптимального проектування балкових прогонових будов наведено в табл. 1. Їх отримано для ширини плити 1 000 см при спорудженні в монолітному варіанті і при терміні експлуатації 40 років.

*Таблиця 1*

*Розрахункові результати оптимального проектування*

Ч. ч.	Задана інтенсивність навантаження, кН/м <sup>2</sup>	Оптимальний проект					
		Товщина плити, см	Висота ребра, см	Кількість ребер	Армування плити поперек прогону, %	Армування плити вздовж прогону, %	Армування ребра, %
Прогон 1 000 см							
1	3	11,5	70	5	0,7	0,5	1,5
2	6	11,5	70	5	0,9	0,5	1,5
3	10	14,5	70	6	1,1	0,5	2,0
4	14	16	70	7	0,9	0,5	3,0
Прогон 2 000 см							
5	3	14,5	70	5	0,5	0,5	3
6	6	14,5	110	5	0,5	0,5	3
7	10	14,5	130	7	0,5	0,5	3
8	14	14,5	130	12	0,5	0,5	3
Прогон 2 400 см							
9	3	14,5	90	5	0,5	0,5	3
10	6	16,0	130	5	0,5	0,5	3
11	10	16,0	130	12	0,5	0,5	3

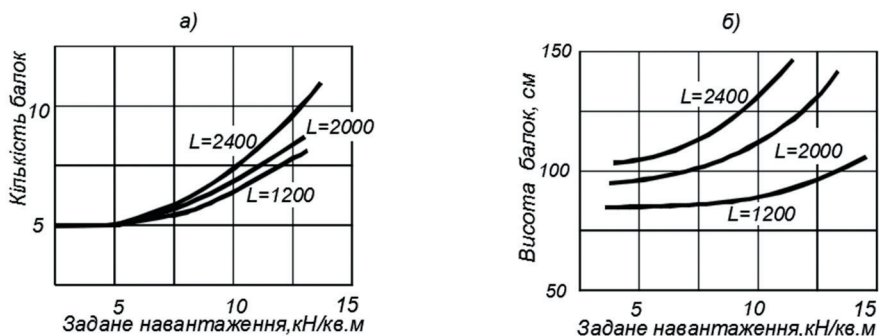
Як видно із табл. 1 при зростанні навантаження товщина плити змінюється по-різному. Так, при довжині прольоту 20 м товщина залишається незмінною, а при 30 м навіть зменшується. Отже, явна закономірність не спостерігається.

Крім того, певну частину результатів розрахунків наведено на рис. 3, а та б.

Як видно з рис. 3, а) при зростанні навантаження і довжини прольоту ребристої плити кількість балок і їх висота (рис. 3.б) стрімко зростають.

Збільшення заданої інтенсивності розподіленого навантаження, довжини прольоту, тривалості експлуатації ускладнює умови проектування і очікувано повинно призводити до монотонного здорожчання проекту. Цей факт дійсно підтверджується у виконаних розрахунках. Проте такої монотонності може і не бути в інших показниках. Наприклад, цілком можлива така

реакція моделі у відповідь на збільшення, наприклад, навантаження, де спостерігається зменшення висоти балок, проте воно супроводжується зростанням їхньої кількості.



**Рисунок 3** — Залежність а) кількості та б) висоти балок від навантаження

### Вплив терміну експлуатації

Якщо умови проектування достатньо «важкі» — великі прогони та значні навантаження, то зі збільшенням терміну експлуатації модель задачі намагається зменшити саме третій доданок у цільовій функції, а зробити це можна лише за рахунок кількості та площі бічної поверхні ребер. Тому при зменшенні, наприклад, кількості ребер дотримання належної несності може бути досягнуто збільшенням товщини плити, також збільшенням армування плити та ребер.

В табл. 2 наведено приклад для монолітної прогонової будови 2 000 см при навантаженні 1,4 тонни на кв.м.

**Таблиця 2**

### Оптимальні параметри балки

Т, років	Товщина плити, см	Висота балки, см	Кількість балок	Армування плити поперек прогону, %	Армування плити вздовж прогону, %	Армування ребра, %
10	16	130	9	0,9	0,5	3,5
100	17,5	130	8	1,1	0,5	4,0

Тепер розглянемо приклад впливу деградації несних властивостей. Виберемо прогонову будову прольотом 20 м з шириною проїзної частини 10 м. Задане рівномірно розподілене поперечне навантаження становить 8 кН/м<sup>2</sup>. Прийнято  $C = 0,0001$ . Результати обчислень наведено в табл. 3.

**Таблиця 3**

### Оптимальні параметри балки з урахуванням впливу деградації несних властивостей

Тривалість експлуатації, роки	Товщина плити, см	Висота ребра, см	Кількість ребер	Армування плити поперек прогону, %	Армування плити вздовж прогону, %	Армування ребра, %
0	19	110	4	1,1	0,5	3,5
10	21	108	4	1,1	0,5	3,5

Кінець таблиці 3

Тривалість експлуатації, роки	Товщина плити, см	Висота ребра, см	Кількість ребер	Армування плити поперек прогону, %	Армування плити вздовж прогону, %	Армування ребра, %
20	17	103	5	0,9	0,5	4,0
30	16	111	8	1,1	1,1	4,0

Наступний приклад від попереднього відрізняється збільшеним заданим навантаженням — тепер воно становить 10 кН /кв.м (табл. 4).

Таблиця 4

*Оптимальні параметри балки з урахуванням впливу деградації несних властивостей*

Тривалість експлуатації, роки	Товщина плити, см	Висота ребра, см	Кількість ребер	Армування плити поперек прогону %	Армування плити вздовж прогону %	Армування ребра, %
0	22	110	4	1,1	0,5	4,0
10	19	106	6	1,1	0,5	3,5
20	14	129	6	1,1	0,5	4,0
30	12	123	7	1,1	1,1	3,5

Наведені результати в цілому дозволяють встановити реакцію розрахункової моделі на збільшення терміну експлуатації, причому суттєвою особливістю тут є немонотонність змінювання товщин плити та висот ребер.

*Вплив величини заданого навантаження*

При порівняно невеликих прольотах — 10 м. модель на збільшення навантаження передусім реагує збільшенням товщини плити і збільшенням кількості ребер, також зростає армування розтягнутої зони ребер. Якщо ж прольоти мають більшу довжину — 20 м і 24 м, помітно зростають висота і кількість ребер за умови, що армування ребер сягає максимуму.

*Вплив допустимої ваги збірних елементів*

Зменшення допустимої ваги збірних елементів означає погіршення умов проектування. В результаті для конструкцій прольотом 10 м вартість проектів зростає на (4,5–6) % за рахунок помітного збільшення кількості балок в перерізі. Це збільшення супроводжується зменшенням товщини плити. Для прольотів 24 м перехід від допустимої ваги збірних елементів з 45 т до 35 т збільшує вартість проекту на 15 % також внаслідок збільшення числа балок при певному зменшенні товщини плити.

*Вплив збірності*

Перехід від збірного варіанта до монолітного для прольотів 10 м мало відбивається на вартості проекту, але призводить до більш товстої плити — 19 см замість 15 см і до зменшення числа балок — 5 замість 6. Для прогонів 24 м збірний варіант виявляється дорожчим від монолітного на 19 % через більшу кількість балок.



## *Вплив довжини прольоту на вартість конструкції*

Для монолітного способу спорудження при експлуатації протягом 40 років і навантаженні від 3 кН/м<sup>2</sup> до 18 кН/м<sup>2</sup> кількість балок для прольоту 10 м змінюється від 5 до 7, а товщина плити збільшується від 11,5 см до 16 см, або на 38 %. Висота балок залишається сталою 70 см і тільки за навантаження 18 кН/м<sup>2</sup> зростає до 90 см, або на 29 %. Для збірного способу будівництва кількість балок не змінюється та дорівнює 5, проте за навантаження від 14 кН/м<sup>2</sup> до 18 кН/м<sup>2</sup> висота балок збільшується до 90 см. Така сама картина спостерігається при експлуатації терміном 60 років як для монолітного способу будівництва, так і для збірного. Мінімальна вартість збірних балок на (9–11) % менше монолітних.

Для монолітного способу будівництва при експлуатації терміном 40 років і збільшенні навантаження від 3 кН/м<sup>2</sup> до 14 кН/м<sup>2</sup> кількість балок для прольоту 20 м змінюється від 5 до 12 при незмінній товщині плити 14,5 см. Висота балок суттєво зростає з 70 см до 130 см. Така ж картина спостерігається і при експлуатації протягом 60 років як для монолітного способу будівництва, так і для збірного. Мінімальна вартість збірних балок на 9–11% менше монолітних.

При збільшенні навантаженні від 3 кН/м<sup>2</sup> до 10 кН/м<sup>2</sup> кількість балок для прольоту 24 м змінюється від 5 до 12, а товщина плити збільшується від 14,5 см до 16 см. Висота балок суттєво зростає з 90 см до 130 см. Мінімальна вартість збірних балок на (9–11) % менше монолітних.

При навантаженні від 3 кН/м<sup>2</sup> до 10 кН/м<sup>2</sup> кількість балок, для прогону 30 м змінюється від 5 до 11, а товщина плити зменшується від 16 см до 14,5 см. Висота балок збільшується з 110 см до 130 см. Мінімальна вартість збірних балок на (9–11) % менше монолітних.

## **Висновки**

На закінчення слід відзначити, що результати, які можна отримувати за допомогою обраної методики, мають довідковий характер, їх призначено для використання на початкових етапах проектування, що передують детальній розробці проекту споруди. Виявилось, що ціни на матеріали і роботи суттєво впливають не тільки на вигляд оптимального проекту, але можуть дещо змінити описані вище тенденції, отже в кожному конкретному випадку бажано скористатися з моделі [1] та виконати попередні розрахунки.

## **Список літератури**

1. Дехтяр А.С. Оптимальные пролетные строения балочных мостов. Строительная механика и расчет сооружений. Москва, 2008. Вып. 4 (219). С. 26-32.
2. Бабков О. В., Дехтяр А. С. Методика планування експлуатації будівельних конструкцій // Дороги і мости. 2019. Вип. 19-20. С. 54-60.

## **References**

1. Dekhtiar A.S. Optimalnye proletnye stroeniya balochnykh mostov (Optimum span structures of beam bridges). *Stroitel'naâ mehanika i rasçet sooruzhenij*. Moscow, 2008. Vol. 4 (219). P. 26-32 [in Russian].
2. Oleksandr Babkov, Anatolii Diekhtiar. Planning method of building structures maintenance // *Dorogi i mosti [Roads and bridges]*. 2019. Iss. 19-20. P. 54-60 [in Ukrainian].

Oleksandr Babkov, Ph.D., Associate Prof., <https://orcid.org/0000-0001-5075-4239>

National Academy of Fine Art and Architecture, Kyiv, Ukraine

## OPTIMAL DESIGN OF RIBBED PLATES

### *Abstract*

Introduction. The goal of optimization is to find the best option among the possible. Optimization methods are used to calculate the optimal technology, optimal geometric design, material costs and similar problems. One option is to find the most economical design on the basis of various possible forms of exhaustion load carrying capacity of ribbed plate. According to the content of the kinematical method of load carrying capacity – ability to perceive the design limit load, defined as the smallest of load carrying capacities for various forms of destruction. There were six independent variables in optimization calculations [1] such as the thickness of the plate, the number of bars in cross section, the height of the beams, reinforcement of beams and reinforcement of plates in two directions. The parameters optimization problem by yield limit of reinforcement for beams and slab, span length, the value of given load carrying capacity of structures and the method of erection.

Problem Statement. Optimal parameters finding of future construction, while forced deviation from the optimum – finding the value of such deviation.

Purpose. Identify trends for influence of the optimal parameters of the project span, given the intensity of the uniform load, of construction method, the planned duration of the operation and other factors.

Materials and methods. Used load carrying capacity proven method of calculation which is based on kinematical theory of limit equilibrium method by which evaluated the ability load carrying capacity of a ribbed plates.

Results. Numerous calculations tendencies of influence of the optimal performance of the project span, given the intensity of the uniform load method construction, the planned duration of the operation and other factors. The results are intended for reference purposes and does not claim to broad generalizations.

Conclusions. It was found prices for materials and work greatly affect not only the best view of the project, but may slightly change the established notions about commonly used indicators such structures.

**Keywords:** reinforced concrete beams, the optimal design, ribbed plate, kinematic method, load carrying capacity.