

**УРАХУВАННЯ ОСОБЛИВОСТЕЙ ДЕФОРМУВАННЯ БЕТОНІВ
ПРИ ВИЗНАЧЕННІ КОЕФІЦІЄНТА ПОВНОТИ ЕПЮРИ
СТИСКАЮЧИХ НАПРУЖЕНЬ І РОЗРАХУНКУ МІЦНОСТІ
НОРМАЛЬНИХ ПЕРЕРІЗІВ ЗГИНАНИХ ЗАЛІЗОБЕТОННИХ
ЕЛЕМЕНТІВ ЗА ГРАНИЧНИМИ ЗУСИЛЛЯМИ**

Крусь Ю.О.

Крусь О.Ю.

Національний університет водного господарства та природокористування

Сучасні методи з розрахунку зігнутих залізобетонних елементів за нормальними перерізами, що наразі використовуються в міжнародній нормативній практиці (зокрема, у Європейських нормах [1]) і включені до національних нормативних документів деяких країн зі складу республік колишнього СРСР (у тому числі – Російської Федерації [2,3] і Республіки Беларусь [4]), можна умовно поділити на дві групи: *загальні* і *спрощені*.

В основу *загальних методів* покладені деформаційні розрахункові моделі, що побудовані на спільних принципах, головними з яких є використання рівнянь рівноваги зовнішніх і внутрішніх поздовжніх сил та їхніх моментів, схеми деформування у вигляді плоского повороту і плоского переміщення перерізу (більш відомої як “гіпотеза плоских перерізів”) та діаграм деформування бетону і арматури при стиску й розтягу, що встановлюють зв’язок між напруженнями і відносними деформаціями аж до їхніх кінцевих значень. Такий підхід дозволяє з єдиних позицій вести розрахунки за усіма групами граничних станів (міцністю, утворенням і розкриттям тріщин та деформаціями), а також найбільш повно оцінювати роботу будь-яких елементів незалежно від виду й класу застосованих матеріалів (бетону і арматури), форми поперечного перерізу й розподілу арматури в його межах, характеру і величини зовнішніх навантажень та ін., виходячи з фактичного напружено-деформованого стану перерізів.

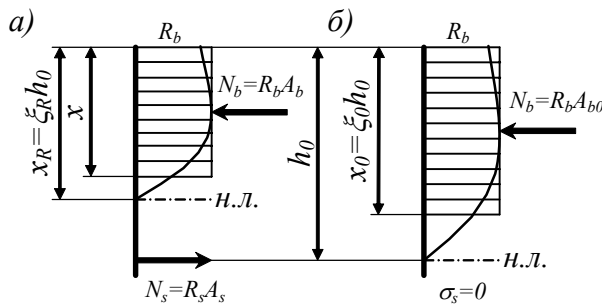
Натомість, *спрощені методи* ефективні лише для розрахунку міцності нормальних перерізів за граничними зусиллями більш простих залізобетонних елементів прямокутного, таврового і двотаврового поперечних перерізів, коли зовнішні сили діють у площині симетрії перерізу і арматура розташована зосереджено уздовж перпендикулярних до вказаної площини стиснутої й розтягнутої граней. У спрощеній методиці деформаційні залежності не застосовуються взагалі або їхнє введення вкрай обмежене, а розрахункова модель нормального перерізу складається з рівнянь рівноваги поздовжніх сил і їхніх моментів, що діють у перерізі, а також фіксованих рівнодіючих граничних зусиль у стиснутому бетоні та розтягнутій і стиснутій арматурі, залежних від визначуваних лабораторними випробуваннями матеріалів певних граничних значень напружень.

Характерним представником другої групи є методи розрахунку досі ще чинних в Україні будівельних норм з проектування бетонних і залізобетонних конструкцій СНіП 2.03.01-84* [5]. Розглянемо це питання більш детально, тим більше, що саме зазначені методи, будучи достатньо глибоко опрацьованими багатьма поколіннями дослідників і даючи результати, що добре узгоджуються з дослідними даними, внесені як *спрощені* до складу національних нормативних документів деяких країн – республік колишнього СРСР.

Відповідно до СНіП [5] граничне зусилля в стиснутому бетоні N_b визначається напруженнями, що дорівнюють розрахунковому опору бетону стиску R_b , рівномірно розподіленими по висоті стиснутої зони (тобто приймається прямокутна епюра напружень). Граничне зусилля у розтягнутій арматурі N_s характеризується розрахунковим опором арматури розтягу R_s ,

відповідаючи її межі текучості σ_{sy} або $\sigma_{0,2}$ (відповідно для м'яких або твердих сталей), а граничне зусилля в стиснутій арматурі N_{sc} – розрахунковим опором арматури стиску R_{sc} , що також відповідає σ_{sy} або $\sigma_{0,2}$, але не більше напружень, визначених граничними деформаціями укорочення бетону ε_{bu} при центральному стиску (приймаються осереднено $\varepsilon_{bu} = 200 \times 10^{-5}$ або 250×10^{-5} при відповідно короткочасній і тривалій дії навантаження незалежно від виду бетону). Граничний стан (стадія руйнування) нормального перерізу у загальному випадку характеризується одночасним досягненням у бетоні та арматурі граничних зусиль.

Прийняття прямокутної епюри напружень у стиснутій зоні бетону замість її фактичної криволінійної форми передбачає застосування додаткових емпіричних коефіцієнтів і співвідношень з метою встановлення мінімальних і максимальних граничних значень висоти стиснутої зони, що фіксують межі використання арматури і бетону із прийнятими розрахунковими опорами.



а - при частково стиснутому перерізі;
б - при повністю стиснутому перерізі.

Рис. 1. Епюри напружень у стиснутій зоні бетону

У результаті розрахунок перерізів здійснюється залежно від співвідношення між значенням відносної висоти стиснутої зони бетону $\xi = x/h_0$, визначуваної із відповідних рівнянь рівноваги при прямокутній епюрі напружень у бетоні, і величиною граничної висоти стиснутої зони бетону $\xi_R = x_R/h_0$, за якої граничний стан елемента настає одночасно із досягненням розтягаючими напруженнями в арматурі граничних значень $\sigma_s = R_s$ (рис. 1,а).

У загальному випадку вираз для визначення ξ_R впливає із одержаної за результатами багаточисельних досліджень гіперболічної залежності між деформаціями арматури ε_s і відносною висотою стиснутої зони ξ у момент руйнування та має такий вигляд (див. формулу (25) СНіП [5]):

$$\xi_R = \frac{\omega_b}{1 + (\sigma_{sR} / \sigma_{sc,u}) (1 - \omega_b / 1,1)}, \quad (1)$$

де σ_{sR} і $\sigma_{sc,u}$ – відповідно умовне напруження у розтягнутій арматурі та граничне напруження у стиснутій арматурі, які обчислюються згідно з п. 3.12 СНіП [5]; $1,1 \approx h/h_0$ – відношення висоти перерізу до його робочої висоти.

Отже, згідно з концепцією будівельних норм [5] технічна складність одержання безпосередньо з досліду переконливої діаграми $\sigma_b \sim \varepsilon_b$, по якій можна було б побудувати епюру нормальних напружень у стиснутій зоні (через відсутність надійних способів відповідних прямих вимірювань), передбачає для розрахунку міцності нормальних перерізів залізобетонних елементів за граничними зусиллями прийняття прямокутної епюри напружень як найбільш простої за формою, обмеживши її відносну висоту $\xi = x/h_0$ граничною величиною $\xi_R = x_R/h_0$, що обчислюється за експериментально встановленою залежністю (1). Обґрунтування такого прийому не позбавлене логіки, яка полягає у наступному: заміна реальної криволінійної епюри на прямокутну не повинно давати великої похибки, адже штучному заниженню висоти стиснутої зони бетону супутнє збільшення плеча внутрішньої пари сил, що компенсує зміну величини внутрішнього моменту [6].

Зупинимось на параметрі $\omega_b = \xi_0 = x_0/h_0$, що являє собою відносну висоту стиснутої зони бетону з умовною прямокутною епюрою напружень, при якій деформації і напруження в поздовжній арматурі дорівнюють нулю, тобто коли фактична нейтральна лінія при фактичній криволінійній

епюрі напружень проходить через центр ваги поздовжньої арматури і фактична висота стиснутої зони дорівнює h_0 (рис. 1, б). Іншими словами параметр ω_b трактують як коефіцієнт повноти епюри напружень у стиснутій зоні бетону, що характеризує відхилення фактичної епюри напружень від умовної прямокутної, коли нейтральна лінія розташована у межах поперечного перерізу залізобетонного елемента [6,7].

У будівельних нормах [5] для визначення коефіцієнта ω_b наведена спрощена лінійна залежність, що одержана на основі статистичного аналізу великої кількості дослідних даних і має вигляд

$$\omega_b = \alpha - 0,008R_b. \quad (2)$$

Як бачимо, у відповідності зі СНіП [5], величина параметра ω_b залежить від призмової міцності бетону R_b [МПа], а також його виду й способу обробки, що враховується коефіцієнтом α (зокрема, для важкого бетону природного тверднення приймається $\alpha = 0,85$). З формули (2) очевидно: для бетону одного виду зі збільшенням його класу значення параметра ω_b зменшується.

Відзначимо, що у той самий час, коли методологічний підхід СНіП 2.03.01-84* [5] до розрахунку міцності нормальних перерізів зігнутих залізобетонних елементів за граничними зусиллями у національні норми Республіки Беларусь СНБ 5.03.01-02 [4] включений у повністю незмінному вигляді, то у нормативних документах Російської Федерації СНіП 52-01-2003 і СП 52-101-2003 [2,3] він реалізований у дещо спрощеній деформаційній постановці із визначення ξ_R . При цьому для ξ_R , виходячи із лінійного розподілення деформацій по висоті перерізу у його граничному стані, застосовують вираз

$$\xi_R = \frac{x_R}{h_0} = \frac{\omega_b}{1 + \varepsilon_{s,el;R} / \varepsilon_{bu}}, \quad (3)$$

де $\varepsilon_{s,el;R} = R_s / E_s$ – гранична відносна деформація розтягнутої арматури при напруженнях R_s ; ε_{bu} – гранична відносна деформація стиснутого бетону при напруженнях R_b , яку для нетривалої дії навантаження приймають $\varepsilon_{bu} = 350 \times 10^{-5}$ незалежно від виду бетону та технології його приготування; ω_b – коефіцієнт еквівалентності як аналог коефіцієнта повноти епюри напружень у стиснутій зоні бетону, який приймають $\omega_b = 0,8$ незалежно від жодних факторів.

Власний же підхід до визначення коефіцієнта ω_b побудуємо, виходячи з таких міркувань. Для згинаних і позацентрово навантажених залізобетонних елементів, наприклад, прямокутного перерізу, завантажених по одній з осей його симетрії, кожний шар по ширині елемента знаходиться в однаковому напружено-деформованому стані. Для частково стиснутого перерізу, коли нейтральна лінія перетинає його, окреслення епюри нормальних напружень у стиснутій зоні кожного шару по ширині елемента повторює окреслення діаграми деформування бетону. У такому разі, вважаючи справедливою гіпотезу плоских перерізів, логічним видається припустити, що при неоднорідному напружено-деформованому стані коефіцієнт повноти епюри напружень у стиснутій зоні бетону зігнутого залізобетонного елемента одночасно є і коефіцієнтом повноти діаграми $\bar{\sigma}_b \sim \varepsilon_b$ при однорідному стані, одержаної при випробуваннях центральним стиском еталонних бетонних зразків-призм із постійною швидкістю приросту деформацій $V_\varepsilon = d\varepsilon/dt = const$ (тобто при “жорсткому” режимі навантажування) до руйнування. Подібні думки стосовно фізичного змісту параметра ω_b знаходимо в наукових працях і інших авторів [6, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14].

Виходячи з раніше виведеної власної апроксимативної залежності між напруженнями $\bar{\sigma}_b$ і повними відносними деформаціями бетону ε_b у вигляді [15, 16]

$$\bar{\sigma}_b = \frac{\bar{R}_b \bar{\eta}_\varepsilon}{v_{bR} \left(\bar{\eta}_\varepsilon^2 + \frac{I - 2v_{bR}}{v_{bR}} \cdot \bar{\eta}_\varepsilon + I \right)}, \quad (4)$$

(тут $\bar{\eta}_\varepsilon = \varepsilon_b / \bar{\varepsilon}_{bR}$ – відносний рівень деформацій), можна одержати вираз для визначення коефіцієнта повноти епюри стискаючих напружень ω_b , представляючи його як відношення фігури, обмеженої вище зазначеною діаграмою деформування бетону “ $\bar{\sigma}_b \sim \varepsilon_b$ ” та координатними осями $\theta - \bar{\sigma}_b$ і $\theta - \varepsilon_b$, до площі прямокутника, що вміщає розглядувану діаграму (рис. 2, а):

$$\begin{aligned} \omega_b &= \frac{\int_0^{\bar{\varepsilon}_{bu}} \bar{\sigma}_b d\varepsilon_b}{\bar{R}_b \bar{\varepsilon}_{bu}} = \frac{\int_0^{\bar{\varepsilon}_{bu}} \left\{ \frac{\bar{R}_b (\varepsilon_b / \bar{\varepsilon}_{bR})}{v_{bR} \left[(\varepsilon_b / \bar{\varepsilon}_{bR})^2 + (I - 2v_{bR}) / v_{bR} \cdot (\varepsilon_b / \bar{\varepsilon}_{bR}) + I \right]} \right\} d\varepsilon_b}{\bar{R}_b \bar{\varepsilon}_{bu}} = \\ &= \frac{MN}{2KL v_{bR} \sqrt{4v_{bR} - I}} \left\{ \sqrt{4v_{bR} - I} \ln \left| \frac{v_{bR} (K^2 L^2 + M^2 N^2) + (I - 2v_{bR}) KLMN}{v_{bR} M^2 N^2} \right| + \right. \\ &\quad \left. + (4v_{bR} - I) \arctan \left[\frac{KL \sqrt{4v_{bR} - I}}{(I - 2v_{bR}) KL + 2v_{bR} MN} \right] \right\}, \quad (5) \end{aligned}$$

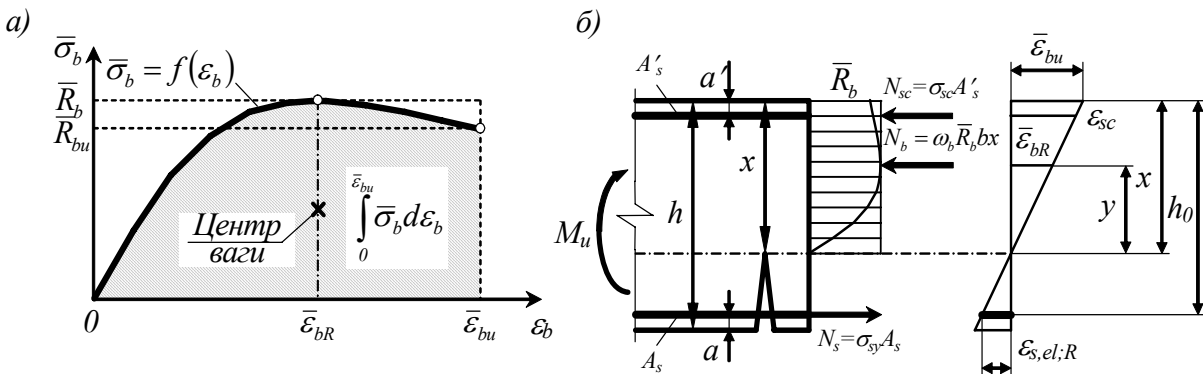
де

$$K = -I + (2 - \ln|v_{bR}|) v_{bR} - (I - \ln|v_{bR}|) v_{bR}^2;$$

$$L = -I + 4v_{bR} - (10 + 4 \ln|v_{bR}|) v_{bR}^2 + [12 - 4(\ln|v_{bR}|)^2] v_{bR}^3 - (5 - 4 \ln|v_{bR}|) v_{bR}^4;$$

$$M = -I + 4v_{bR} - (3 - 2 \ln|v_{bR}|) v_{bR}^2;$$

$$N = -I + (5 - \ln|v_{bR}|) v_{bR} - (7 - 6 \ln|v_{bR}|) v_{bR}^2 + [3 - 5 \ln|v_{bR}| + 2(\ln|v_{bR}|)^2] v_{bR}^3.$$



а - діаграма деформування бетону при центральному стиску у “жорсткому” режимі навантажування; б - розрахункові схеми деформацій, напружень і зусиль у нормальному перерізі згинаного залізобетонного елемента у стадії руйнування.

Рис. 2. Схеми до визначення коефіцієнта повноти епюри стискаючих напружень у бетоні

Із виразу (5) бачимо, що коефіцієнт повноти епюри напружень у бетоні стиснутої зони ω_b є виключною характеристикою деформівності бетону, знаходячись у залежності лише від граничного значення його коефіцієнта пружності при стиску ν_{bR} . Принагідно відзначимо публікацію [14], де автор, досліджуючи за власною методикою напружено-деформований стан нормальних перерізів залізобетонних елементів при згинанні та позацентровому стиску, доходить аналогічного висновку, а саме: за будь-якої структури аналітичної залежності $\sigma_b = f(\varepsilon_b)$ величину параметра ω_b визначає лише сталий коефіцієнт ν_{bR} , який комплексно враховує пластичні властивості бетону. Ця сприятлива обставина дозволяє табулювати параметр ω_b залежно від ν_{bR} (табл. 1). Крім того, така особливість робить одержану нами формулу (5) на багато ефективнішою порівняно із СНіПівською залежністю (2), особливо при вивченні роботи залізобетонних конструкцій з нових ефективних матеріалів в умовах зовнішніх впливів (силових, температурно-вологісних та ін.), не передбачених будівельними нормами.

Звернімо увагу на дуже показові дані, що наведені в табл. 2, засвідчуючи іноді суттєву відмінність значень коефіцієнта повноти епюри нормальних напружень у бетоні стиснутої зони ω_b , обчислених згідно з нормативними документами з проектування бетонних і залізобетонних конструкцій деяких країн, порівняно з відповідними величинами досліджуваного параметра ω_b , визначених із залученням пропонованого методологічного підходу. Так, зокрема, для ω_b , обчисленого відповідно до СНіП 2.03.01-84* [5], зі збільшенням міцності бетону, що супроводжується зростаючою мірою виявлення пружних властивостей матеріалу, розбіжність у порівнянні з власне авторським розрахунком досягає 60%. Подібний порівняльний аналіз результатів, одержаних за методикою нормативних документів Російської Федерації [2, 3], дає відхилення, що не перевищує 5 %.

Таблиця 1 – Величина параметра ω_b у залежності від граничного значення коефіцієнта пружності бетону ν_{bR}

Тисячна доля у значенні ν_{bR}	Величина параметра ω_b при граничному значенні коефіцієнта пружності бетону ν_{bR} , яке дорівнює							
	0,2	0,3	0,4	0,5	0,6	0,7	0,8	0,9
0,000	---	0,831	0,816	0,801	0,786	0,770	0,753	0,735
0,005	---	0,830	0,815	0,801	0,785	0,769	0,752	0,734
0,010	---	0,829	0,814	0,800	0,785	0,768	0,751	0,733
0,015	---	0,829	0,814	0,799	0,784	0,768	0,750	0,733
0,020	---	0,828	0,813	0,798	0,783	0,767	0,750	0,732
0,025	---	0,827	0,812	0,798	0,782	0,766	0,749	---
0,030	---	0,826	0,812	0,797	0,782	0,765	0,748	---
0,035	---	0,826	0,811	0,796	0,781	0,764	0,747	---
0,040	---	0,825	0,810	0,795	0,780	0,763	0,746	---
0,045	---	0,824	0,809	0,795	0,779	0,763	0,745	---
0,050	---	0,823	0,809	0,794	0,778	0,762	0,744	---
0,055	0,839	0,823	0,808	0,793	0,778	0,761	0,743	---
0,060	0,838	0,822	0,807	0,792	0,777	0,760	0,742	---
0,065	0,837	0,821	0,807	0,792	0,776	0,759	0,742	---
0,070	0,836	0,820	0,806	0,791	0,775	0,758	0,741	---
0,075	0,835	0,820	0,805	0,790	0,774	0,757	0,740	---
0,080	0,834	0,819	0,804	0,789	0,773	0,757	0,739	---
0,085	0,833	0,818	0,804	0,789	0,773	0,756	0,738	---
0,090	0,833	0,817	0,803	0,788	0,772	0,755	0,737	---
0,095	0,832	0,817	0,802	0,787	0,771	0,754	0,736	---

Примітка. При проміжних значеннях ν_{bR} параметр ω_b приймається за інтерполяцією

Таблиця 2 – Значення параметра ω_b для важкого бетону природного тверднення

Спосіб визначення параметра ω_b	Параметр ω_b при класі бетону за міцністю на стиск						
	B3,5	B10	B20	B30	B40	B50	B60
За методикою СНіП 2.03.01-84* [5] (див. формулу (2))	0,828	0,790	0,730	0,674	0,618	0,562	0,506
За методикою нормативних документів Російської Федерації [2, 3]	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8	0,8
За пропонованою методикою (див. формулу (5))	0,839	0,830	0,823	0,817	0,812	0,808	0,803
<i>Примітка.</i> Нормативні методики згідно з [128.2, 129, 131.1, 131.2] і пропонований підхід (див. формулу (5)) передбачають застосування в обчисленнях механічних характеристик, одержаних відповідно при “м’якому” і “жорсткому” режимах завантажування бетону одноразовим центральним стиском до руйнування (див. табл. 1 у публікації [17]).							

Продовжуючи вище викладені розмірковування, очевидно, що, наприклад, при розрахунку міцності залізобетонних елементів прямокутного перерізу розмірами $b \times h$ (тут b і h – відповідно ширина і висота перерізу) з подвійним оптимальним армуванням A_s і A'_s (тут A_s і A'_s – площа перерізу стержнів поздовжньої відповідно розтягнутої та стиснутої арматури) за спрощеною методикою слід керуватись такими положеннями (див. рис. 2,б):

- застосовувати характеристики фізичної нелінійності бетону (\bar{R}_b , \bar{R}_{bu} , $\bar{E}_{b0} = E_{b0}$, $\bar{\nu}_{bR} = \nu_{bR}$, $\bar{\varepsilon}_{bR}$, $\bar{\varepsilon}_{bu}$) як параметри двовіткової діаграми його механічного стану, що відповідає деформуванню при центральному стиску у “жорсткому” режимі завантажування. Зазначені характеристики можуть бути визначені через встановлені стандартними випробуваннями згідно [18] параметри одновіткової діаграми деформування бетону (R_b , E_{b0} , ν_b , ε_b) при його м’якорезимному завантажуванні центральним стиском за формулами [19]

$$\bar{R}_b = \frac{1 - 4\nu_{bR} + (3 - 2 \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR}^2}{2(1 - \nu_{bR})[1 - (1 - \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR}]} R_b; \quad (6)$$

$$\bar{\varepsilon}_{bR} = \frac{1 - 4\nu_{bR} + (3 - 2 \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR}^2}{2(1 - \nu_{bR})[1 - (1 - \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR}]} \varepsilon_{bR}; \quad (7)$$

$$\bar{\varepsilon}_{bu} = \frac{1 - 4\nu_{bR} + 2(5 + 2 \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR}^2 - 4[3 - (\ln|\nu_{bR}|)^2]\nu_{bR}^3 + (5 - 4 \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR}^4}{2\left\{1 - (5 - \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR} + (7 - 6 \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR}^2 - [3 - 5 \ln|\nu_{bR}| + 2(\ln|\nu_{bR}|)^2]\nu_{bR}^3\right\}} \varepsilon_{bR}; \quad (8)$$

$$\bar{R}_{bu} = \frac{R_b \cdot (D/F)}{2\nu_{bR} \cdot \left(\frac{D^2 \cdot G^2}{F^2 \cdot H^2} + \frac{1 - 2\nu_{bR}}{\nu_{bR}} \cdot \frac{D \cdot G}{F \cdot H} + 1 \right)}, \quad (9)$$

де

$$D = -1 + 4\nu_{bR} - 2(5 + 2 \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR}^2 + 4[3 - (\ln|\nu_{bR}|)^2]\nu_{bR}^3 - (5 - 4 \ln|\nu_{bR}|)\nu_{bR}^4;$$

$$F = -I + (5 - \ln|v_{bR}|)v_{bR} - (7 - 6 \ln|v_{bR}|)v_{bR}^2 + [3 - 5 \ln|v_{bR}| + 2(\ln|v_{bR}|)^2]v_{bR}^3;$$

$$G = -I + (2 - \ln|v_{bR}|)v_{bR} - (I + \ln|v_{bR}|)v_{bR}^2;$$

$$H = -I + 4v_{bR} - (3 - 2 \ln|v_{bR}|)v_{bR}^2;$$

- вважаючи, що граничний стан елемента настає в результаті одночасного досягнення в стиснутому бетоні і розтягнутій арматурі граничних зусиль, висоту x умовно прямокутної стиснутої зони бетону, відстань y від рівнодіючої зусиль у стиснутому бетоні N_b до нейтральної осі та деформації стиснутої арматури ε_{sc} визначати з умови деформування нормального перерізу, виходячи з лінійного розподілення поздовжніх деформацій по висоті перерізу при граничних деформаціях бетону стиснутої грані $\bar{\varepsilon}_{bu}$ і деформаціях розтягнутої арматури $\varepsilon_{s,el;R}$, які відповідають її межі текучості R_s (фізичній σ_{sy} або умовній $\sigma_{0,2}$ відповідно для м'яких або твердих сталей), за формулами

$$\frac{\bar{\varepsilon}_{bu}}{x} = \frac{\bar{\varepsilon}_{bu} + \varepsilon_{s,el;R}}{h_0} \Rightarrow x = \frac{\bar{\varepsilon}_{bu}}{\bar{\varepsilon}_{bu} + \varepsilon_{s,el;R}} h_0; \quad (10)$$

$$\frac{\bar{\varepsilon}_{bR}}{y} = \frac{\bar{\varepsilon}_{bu}}{x} \Rightarrow y = \frac{\bar{\varepsilon}_{bR}}{\bar{\varepsilon}_{bu}} x \Rightarrow y = \frac{\bar{\varepsilon}_{bR}}{\bar{\varepsilon}_{bu} + \varepsilon_{s,el;R}} h_0; \quad (11)$$

$$\begin{aligned} \frac{\varepsilon_{sc}}{x - a'} &= \frac{\bar{\varepsilon}_{bu} + \varepsilon_{s,el;R}}{h_0} \Rightarrow \varepsilon_{sc} = \frac{x - a'}{h_0} (\bar{\varepsilon}_{bu} + \varepsilon_{s,el;R}) \Rightarrow \\ &\Rightarrow \varepsilon_{sc} = \bar{\varepsilon}_{bu} - (\bar{\varepsilon}_{bu} + \varepsilon_{s,el;R}) \frac{a'}{h_0}; \end{aligned} \quad (12)$$

- для обчислення граничних зусиль в бетоні стиснутої зони, розтягнутій і стиснутій арматурі застосовувати співвідношення відповідно

$$N_b = \omega \bar{R}_b b x; \quad (13)$$

$$N_s = R_s A_s; \quad (14)$$

$$N_{sc} = \sigma_{sc} A'_s = E_s \varepsilon_{sc} A'_s; \quad (15)$$

- внутрішній момент, сприйманий нормальним перерізом у граничному стані (тобто при руйнуванні), відносно осі, що перпендикулярна до площини дії моментів і проходить, наприклад, по межі умовно прямокутної стиснутої зони елемента висотою x , вираховувати за виразом

$$\begin{aligned} M_u &= N_b \cdot y + N_{sc} (x - a') + N_s (h_0 - x) = \\ &= \omega \bar{R}_b b x \cdot y + \sigma_{sc} A'_s (x - a') + R_s A_s (h_0 - x). \end{aligned} \quad (16)$$

Зазначимо, що у нашому тлумаченні розрахункової схеми нормального перерізу за граничними зусиллями заміна фактичної криволінійної епюри напружень у стиснутій зоні бетону епюрою прямокутного окреслення не змінює положення рівнодіючої граничного зусилля N_b , а отже –

і плеча внутрішньої пари сил, оскільки і в одному, і другому випадках вона залишається прикладеною на відстані у від нейтральної осі у шарі стиснутої зони, що співпадає із центром ваги криволінійної епюри напружень бетону і де його деформації дорівнюють $\bar{\varepsilon}_{bR}$ (див. рис. 2). При цьому немає необхідності зрівнювати висоту стиснутої зони бетону x з її гранично допустимим значенням x_R , оскільки умова $x=x_R$ закладена у саму розрахункову схему перерізу. Крім того, і це – головне, у пропонованій методиці відсутні будь-які недостатньо обгрунтовано застосовані умовності, припущення, а також емпіричні коефіцієнти й співвідношення, що побічно враховують умови деформування нормального перерізу елемента при досягненні межі текучості розтягнутої арматури.

Ще один висновок з викладеної вище власної методики вбачаємо в можливості встановлення оптимального відсотку поздовжнього армування μ_{opt} , передбачивши максимальне використання стиснутої зони бетону. Так, зокрема, вважаючи, що у граничному стані (на стадії руйнування) для рівноваги прямокутного перерізу зігнутого залізобетонного елемента з одиночним армуванням має бути додержана умова рівності внутрішніх граничних зусиль у стиснутому бетоні й розтягнутій арматурі

$$N_b = N_s \quad \text{або інакше} \quad \omega_b \bar{R}_b b x = R_s A_{s,opt}, \quad (17)$$

та скориставшись залежністю (10), матимемо

$$\omega_b \bar{R}_b b \frac{\bar{\varepsilon}_{bu}}{\bar{\varepsilon}_{bu} + \varepsilon_{s,el;R}} h_0 = R_s A_{s,opt},$$

звідки

$$\mu_{opt} = \frac{A_{s,opt}}{bh_0} \cdot 100\% \Rightarrow \mu_{opt} = \omega_b \frac{\bar{\varepsilon}_{bu}}{\bar{\varepsilon}_{bu} + \varepsilon_{s,el;R}} \cdot \frac{\bar{R}_b}{R_s} \cdot 100\%. \quad (18)$$

Із останнього виразу (18) видно, що оптимальний відсоток армування μ_{opt} збільшується разом зі збільшенням класу бетону та зменшенням класу арматури. Наприклад, для бетону В30 і арматури А-III будемо мати (характеристики бетону прийняті з табл. 2.6 і 2.8, арматури – з табл. 22 і 29 СНіП [5])

$$\mu_{opt} = 0,817 \cdot \frac{175,0 \cdot 10^{-5}}{(175,0 + 182,5)10^{-5}} \cdot \frac{13,6}{365} \cdot 100\% = 1,490\%.$$

Якщо ж при тому самому класі бетону В30 замість стержневої гарячекатаної арматури класу А-III прийняти холоднотягнутий термічно зміцнений дріт класу Вр-II, то одержимо (характеристики арматури прийняті з табл. 23 і 29 СНіП [5])

$$\mu_{opt} = 0,817 \cdot \frac{175,0 \cdot 10^{-5}}{(175,0 + 522,5)10^{-5}} \cdot \frac{13,6}{1045} \cdot 100\% = 0,267\%.$$

Оцінювання відповідності параметрів поздовжнього армування μ_s і A_s оптимальному відсотку армування μ_{opt} (див. вираз (18)) при заданих міцнісних і деформативних характеристиках складових матеріалів (бетону і арматури) та оптимальній кількості арматури A_{opt} , визначуваній за формулою $A_{opt} = \mu_{opt} b h_0 / (100\%)$, при реальних геометричних характеристиках перерізу може передувати основній частині спрощеного розрахунку міцності нормального перерізу залізобетонного елемента. При цьому, забігаючи наперед, скажемо: експериментальний досвід (див. табл. 3) засвідчує ефективність авторської розрахункової методики при відхиленні μ_s від μ_{opt} до 60 %.

Апробацію пропонованого методу спрощеного розрахунку міцності нормальних перерізів згинаних залізобетонних елементів за граничними зусиллями здійснювали на присвячених вивченню роботи залізобетонних балок результатах експериментів інших авторів. При цьому зіставляли значення руйнуючих моментів, що зафіксовані у досліджах, із відповідними теоретичними величинами, визначеними за пропонованою методикою, а також згідно з чинними в Україні будівельними нормами [5] та нормативними документами Російської Федерації [2, 3].

Оскільки метою досліджень є лише перевірка власного розрахункового апарату, кількість взятих для порівнювального оцінювання зразків прийнята мінімальною. Головна ж особливість апробації – застосування у розрахунках ретельно визначених стандартними випробуваннями міцнісних і деформативних характеристик матеріалів (бетону і арматури) кожного окремого зразка.

Отже, опрацюванню піддавали дані експериментів М.Ф. Давидова-О.М. Донченка [20], Й.Й. Лучка [21] і О.В. Голуба [22]. В усіх випадках схеми армування й завантажування дослідних зразків подібні. Так, усі автори досліджують однопрогонові статично визначені шарнірно обперті на жорсткі опори балки прямокутного перерізу розміром $b \times h$ з близьким до оптимального одиночним армуванням. Завантажування зразків здійснюється за схемою “чистого згину” двома зосередженими силами, прикладеними у третинах розрахункового прогону l . Випробування мають одноразовий статичний характер; навантаження аж до руйнування прикладається ступінчасто з витриманням на кожному ступені протягом 10...15 хвилин. Усунення впливу поперечних сил на деформування нормальних перерізів для усіх балок забезпечене виконанням умови $l/h \geq 10$. Для запобігання руйнування зразків по похилих перерізах і фіксування місця руйнування по нормальному перерізу крайні третини прогону армуються посилено.

Характеристики експериментальних балок і результати порівняння дослідних і теоретичних руйнуючих моментів, що безпосередньо передують руйнуванню, наведені в табл. 3 і 4.

Представлені в табл. 2.5 статистичні характеристики варіаційних рядів нормального розподілу співвідношень M_u^{exp} / M_u^{th} вказують на добру збіжність дослідних даних і теоретичних результатів, одержаних за пропонованою методикою (коефіцієнт варіації і показник точності складають відповідно $V = \pm 4,62\%$ і $P = \pm 1,09\% < 5\%$), а також незначну перевагу пропонованого розрахункового апарату порівняно з чинними нормативними методиками [2, 3, 5] (в останньому випадку статистичні характеристики зафіксовані такими: $V = \pm(5,84...5,87)\%$ і $P = \pm 1,38\%$) за рахунок виключного використання у власній методиці лише міцнісних і деформативних характеристик бетону і арматури як зрозумілих з точки зору фізичного змісту параметрів діаграм їхнього деформування. Це свідчить про придатність пропонованого методологічного підходу, позбавленого зайвого емпіризму при фізичному моделюванні роботи матеріалів і складанні умов деформування розглядуваних перерізів, до спрощеної перевірки міцності нормальних перерізів згинаних і позацентрово навантажених залізобетонних елементів та визначення оптимальної кількості поздовжньої арматури в них для практичного застосування в інженерних розрахунках як це реалізується у міжнародній нормативній практиці. Немає сумніву, що окремі елементи авторської методики не менш ефективно можуть також бути використані при розв’язанні багатьох інших теоретичних і практичних задач в області бетону й залізобетону.

Таблиця 3 – Характеристики експериментальних балок при випробовуваннях одноразовим статичним навантаженням до руйнування

Шифр балки	Характеристики бетону при різних режимах його деформування		Характеристики арматури	Геометричні характеристики перерізу	Площа арматури A_s , см ² (відсоток армування μ_s , %)
	“м’який” режим (стандартний)	“жорсткий” режим			
Досліди М.Ф. Давидова – О.М. Донченка [20]					
V-1-0 ¹	Вид бетону – ВБ $R_b=13,59$ МПа $E_{b0}=26,2 \times 10^3$ МПа	$\bar{R}_b=8,30$ МПа $E_{b0}=26,2 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,342$	Ø5 Вр-II $\sigma_{0,2}=1134,5$ МПа $\sigma_{su}=1418,0$ МПа $E_s=20,0 \times 10^4$ МПа $\varepsilon_{s,el;R}=567,25 \times 10^{-5}$	$b=12,2$ см $h=20,0$ см $h_0=17,5$ см	(2Ø5) 0,382 (0,179)
V-1-II ¹	$\nu_{bR}=0,342$ $\varepsilon_{bR}=151,67 \times 10^{-5}$	$\bar{\varepsilon}_{bR}=92,61 \times 10^{-5}$ $\bar{\varepsilon}_{bu}=145,88 \times 10^{-5}$		$b=14,9$ см $h=20,0$ см $h_0=17,2$ см	(4Ø5) 0,777 (0,303)
V-2-0	Вид бетону – ВБ $R_b=24,10$ МПа $E_{b0}=34,0 \times 10^3$ МПа	$\bar{R}_b=14,90$ МПа $E_{b0}=34,0 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,399$		$b=10,2$ см $h=20,0$ см $h_0=17,5$ см	(5Ø5) 0,982 (0,550)
V-2-II ¹	$\nu_{bR}=0,399$ $\varepsilon_{bR}=177,65 \times 10^{-5}$	$\bar{\varepsilon}_{bR}=109,80 \times 10^{-5}$ $\bar{\varepsilon}_{bu}=180,67 \times 10^{-5}$			$b=11,9$ см $h=20,0$ см $h_0=17,2$ см
Досліди Й.Й. Лучка [21]					
2БОМ(1)I-1	Вид бетону – ДЗБ $R_b=20,1$ МПа $E_{b0}=20,9 \times 10^3$ МПа	$\bar{R}_b=12,58$ МПа $E_{b0}=20,9 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,465$	1Ø16 А-III $\sigma_{sy}=451,1$ МПа $\sigma_{su}=721,1$ МПа $E_s=20,1 \times 10^4$ МПа $\varepsilon_{s,el;R}=224,43 \times 10^{-5}$	$b=10,2$ см $h=20,1$ см $h_0=16,4$ см	1,783 (1,066)
2БОМ(1)I-2	$\nu_{bR}=0,465$ $\varepsilon_{bR}=206,82 \times 10^{-5}$	$\bar{\varepsilon}_{bR}=129,42 \times 10^{-5}$ $\bar{\varepsilon}_{bu}=222,93 \times 10^{-5}$		$b=10,1$ см $h=19,9$ см $h_0=16,4$ см	1,783 (1,076)
3БОМ(2)I-1				$b=10,2$ см $h=20,2$ см $h_0=16,4$ см	1,783 (1,066)
3БОМ(2)I-2	Вид бетону – ДЗБ $R_b=33,3$ МПа $E_{b0}=30,3 \times 10^3$ МПа	$\bar{R}_b=20,95$ МПа $E_{b0}=30,3 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,497$	1Ø20 А-III $\sigma_{sy}=421,1$ МПа $\sigma_{su}=635,4$ МПа $E_s=20,6 \times 10^4$ МПа $\varepsilon_{s,el;R}=204,42 \times 10^{-5}$	$b=10,2$ см $h=19,9$ см $h_0=16,3$ см	1,783 (1,072)
3БОМ(2)II-1	$\nu_{bR}=0,497$ $\varepsilon_{bR}=221,13 \times 10^{-5}$	$\bar{\varepsilon}_{bR}=139,12 \times 10^{-5}$ $\bar{\varepsilon}_{bu}=244,66 \times 10^{-5}$		$b=10,2$ см $h=20,0$ см $h_0=16,5$ см	2,891 (1,718)
3БОМ(2)II-2			$b=10,1$ см $h=19,9$ см $h_0=16,4$ см	2,891 (1,745)	

Шифр балки	Характеристики бетону при різних режимах його деформування		Характеристики арматури	Геометричні характеристики перерізу	Площа арматури A_s , см ² (відсоток армування μ_s , %)
	“м’який” режим (стандартний)	“жорсткий” режим			
4БОМ(3)II-1	Вид бетону – ДЗБ $R_b=42,2$ МПа $E_{b0}=32,1 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,544$ $\varepsilon_{bR}=241,66 \times 10^{-5}$	$\bar{R}_b=26,75$ МПа $E_{b0}=32,1 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,544$ $\bar{\varepsilon}_{bR}=153,17 \times 10^{-5}$ $\bar{\varepsilon}_{bu}=277,27 \times 10^{-5}$	1Ø20 А-III $\sigma_{sy}=421,1$ МПа $\sigma_{su}=635,4$ МПа $E_s=20,6 \times 10^4$ МПа $\varepsilon_{s,el;R}=204,42 \times 10^{-5}$	$b=10,3$ см $h=19,9$ см $h_0=16,4$ см	2,891 (1,711)
4БОМ(3)II-2				$b=10,2$ см $h=20,0$ см $h_0=16,5$ см	2,891 (1,718)
4БОМ(3)III-1				$b=10,3$ см $h=20,1$ см $h_0=16,4$ см	4,600 (2,723)
4БОМ(3)III-2				$b=10,2$ см $h=20,0$ см $h_0=16,3$ см	4,600 (2,767)
4БО(4)II-1	Вид бетону – ВБ $R_b=33,3$ МПа $E_{b0}=35,5 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,459$ $\varepsilon_{bR}=204,36 \times 10^{-5}$	$\bar{R}_b=20,82$ МПа $E_{b0}=35,5 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,459$ $\bar{\varepsilon}_{bR}=127,75 \times 10^{-5}$ $\bar{\varepsilon}_{bu}=219,17 \times 10^{-5}$	1Ø20 А-III $\sigma_{sy}=421,1$ МПа $\sigma_{su}=635,4$ МПа $E_s=20,6 \times 10^4$ МПа $\varepsilon_{s,el;R}=204,42 \times 10^{-5}$	$b=10,4$ см $h=20,0$ см $h_0=16,3$ см	2,891 (1,705)
4БО(4)II-2				$b=10,4$ см $h=19,9$ см $h_0=16,4$ см	2,891 (1,695)
Досліди О.В. Голуба [22]					
3Б.Б-1;2	Вид бетону – ВБ $R_b=21,15$ МПа $E_{b0}=37,8 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,341$ $\varepsilon_{bR}=164,08 \times 10^{-5}$	$\bar{R}_b=12,91$ МПа $E_{b0}=37,8 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,341$ $\bar{\varepsilon}_{bR}=100,17 \times 10^{-5}$ $\bar{\varepsilon}_{bu}=157,66 \times 10^{-5}$	1Ø14 А-III $\sigma_{sy}=463,9$ МПа $\sigma_{su}=715,2$ МПа $E_s=19,92 \times 10^4$ МПа $\varepsilon_{s,el;R}=232,88 \times 10^{-5}$	$b=10,0$ см $h=20,0$ см $h_0=17,5$ см	1,496 (0,855)
3Б.Ш-1;2	Вид бетону – ШБ $R_b=15,53$ МПа $E_{b0}=32,9 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,317$ $\varepsilon_{bR}=148,91 \times 10^{-5}$	$\bar{R}_b=9,43$ МПа $E_{b0}=32,9 \times 10^3$ МПа $\nu_{bR}=0,317$ $\bar{\varepsilon}_{bR}=90,39 \times 10^{-5}$ $\bar{\varepsilon}_{bu}=139,50 \times 10^{-5}$			
<i>Примітка.</i> У таблиці прийняті такі позначення: ДЗБ – важкий дрібнозернистий цементно-піщаний бетон; ВБ – важкий крупнозернистий бетон на традиційних заповнювачах; ШБ – важкий бетон, в якому частина крупних і дрібних заповнювачів замінена шлаком ТЕС.					

Таблиця 4 – Порівняння дослідних і теоретичних значень руйнуючих моментів

Шифр балки	M_u^{exp} , кН·м	M_u^{th} , кН·м			Відхилення $\Delta = M_u^{exp} / M_u^{th}$ при визначенні M_u^{th}		
		за пропонуваною методикою	за методикою СНІП 2.03.01-84* [5]	за методикою норм Російської Федерації [2, 3]	за пропонуваною методикою	за методикою СНІП 2.03.01-84* [5]	за методикою норм Російської Федерації [2, 3]
Досліди М.Ф. Давидова-О.М.Донченка [20]							
В-1-0 ¹	6,93	6,71	7,02	7,02	1,032	0,987	0,987
В-1-ІІ ¹	12,53	12,85	13,24	13,32	0,975	0,946	0,941
В-2-0	17,05	16,13	16,97	16,97	1,057	1,005	1,005
В-2-ІІ ¹	21,15	18,94	19,86	19,86	1,117	1,065	1,065
Досліди Й.Й. Лучка [21]							
2Бом(1)І-1	10,60	10,63	11,61	11,61	0,997	0,913	0,913
2Бом(1)І-2	10,27	10,59	11,60	11,60	0,970	0,886	0,886
3Бом(2)І-1	12,93	13,44	12,24	12,24	0,962	1,057	1,057
3Бом(2)І-2	12,43	13,31	12,16	12,16	0,934	1,022	1,022
3Бом(2)ІІ-1	17,94	17,02	17,91	17,91	1,054	1,002	1,002
3Бом(2)ІІ-2	17,44	16,79	17,76	17,76	1,039	0,982	0,982
4Бом(3)ІІ-1	18,77	19,25	18,26	18,26	0,975	1,028	1,028
4Бом(3)ІІ-2	18,69	19,33	18,37	18,37	0,967	1,018	1,018
4Бом(3)ІІІ-1	24,68	24,15	27,23	27,23	1,022	0,906	0,906
4Бом(3)ІІІ-2	24,11	23,83	27,00	27,00	1,012	0,893	0,893
4БО(4)ІІ-1	17,27	16,82	17,70	17,70	1,027	0,975	0,975
4БО(4)ІІ-2	16,94	16,97	17,83	17,83	0,998	0,950	0,950
Досліди О.В. Голуба [22]							
3Б.Б-1;2	10,606	10,62	11,01	11,01	0,999	0,964	0,964
3Б.ІІІ-1;2	10,440	9,77	10,59	10,59	1,068	0,985	0,985

Таблиця 5 – Статистичні характеристики по нормальних варіаційних рядах M_u^{exp} / M_u^{th}

Спосіб визначення руйнівних моментів M_u^{th}	н, шт.	М	$\pm\sigma$	$\pm V$, %	$\pm P$, %	$\pm P$ (у %) при $P_b=95\%$ і $t_d=1,96$
За пропонуваною методикою	18	1,0108	0,0462	4,62	1,09	2,13
За методикою СНІП 2.03.01-84* [5]	18	0,9769	0,0584	5,84	1,38	2,70
За методикою нормативних документів Російської Федерації [2, 3]	18	0,9765	0,0587	5,87	1,38	2,71

Примітка. В останній колонці таблиці наведені значення показника точності $\pm P$ (у %) при фіксованій довірчій ймовірності $P_b = 95\%$, якій відповідає показник достовірності $t_d = 1,96$.

Література

1. prEN 1992-1 (Final draft, October 2001). Eurocode 2: Design of concrete structures – Part 1: General rules and rules for buildings. – Brussels, 2002. – 230 p.
2. СНиП 52-01-2003. Бетонные и железобетонные конструкции. Основные положения/ГУП НИИЖБ Госстроя России. – М.: ФГУП ЦПП, 2004. – 25 с.
3. СП 52-101-2003. Бетонные и железобетонные конструкции без предварительного напряжения арматуры / ГУП НИИЖБ Госстроя России. – М., 2004. – 70 с.
4. СНБ 5.03.01-02. Бетонные и железобетонные конструкции. – Минск: Минстройархитектуры, 2003. – 139 с.
5. СНиП 2.03.01-84*. Бетонные и железобетонные конструкции/Госстрой СССР. – М.: ЦИТП Госстроя СССР, 1985. – 79 с.
6. Расчёт железобетонных конструкций по прочности, трещиностойкости и деформациям / А.С. Залесов, Э.Н. Кодыш, Л.Л. Лемыш, И.К. Никитин. – М.: Стройиздат, 1988. – 320 с.
7. Залізобетонні конструкції: Підручник / А.Я.Барашиков, Л.М.Буднікова, Л.В.Кузнецов та ін.; За ред. А.Я. Барашикова. – К.: Вища шк., 1995. – 591 с.
8. Бич П.М. Экспериментально-теоретические исследования закритических характеристик бетона//Бетон и железобетон. – 1987. – № 3. – С. 26-27.
9. Ильин О.Ф. Обобщённая методика расчёта прочности нормальных сечений с учётом особенностей свойств различных бетонов // Поведение бетонов и элементов железобетонных конструкций при воздействии различной длительности. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1980. – С. 47-54.
10. Ильин О.Ф. Прочность нормальных сечений и деформации элементов из бетонов различных видов // Бетон и железобетон. – 1984. – № 3. – С. 38-40.
11. Ильин О.Ф., Залесов А.С. Опыт построения обобщённого метода расчёта прочности нормальных сечений изгибаемых железобетонных элементов с учётом особенностей свойств различных бетонов // Прочность, жёсткость и трещиностойкость железобетонных конструкций. – М.: НИИЖБ Госстроя СССР, 1979. – С. 152-163.
12. Маилян Л.Р. Разработка методов системного комплексного расчёта железобетонных статически неопределимых балок с учётом полных диаграмм деформирования материалов, сечений и конструкций на статические, повторные и динамические воздействия: Дис. ... д-ра техн. наук. – М., 1989. – 584 с.
13. Новое о прочности железобетона / А.А. Гвоздев, С.А. Дмитриев, С.М. Крылов и др.; Под ред. К.В.Михайлова. – М., Стройиздат, 1977. – 272 с.
14. Панышин Л.Л. Диаграмма момент-кривизна при изгибе и внецентренном сжатии // Бетон и железобетон. – 1985. – № 11. – С. 18-20.
15. Крусь Ю.А., Крусь А.Ю. Влияние режима нагружения на очертание диаграммы механического состояния бетона, тип и структуру аппроксимирующей функции // Коммунальное хозяйство городов: Науч.-техн. сб. – Вып. 76. – Киев: Техніка, 2007. – С. 89-96.
16. Крусь Ю.О., Крусь О.Ю. Моделювання зв'язку між напруженнями і деформаціями центрально стисненого бетону при різних режимах його навантажування // Вісник Одеської державної академії будівництва та архітектури: Зб. наук. праць. – Вып. 25. – Одеса: Зовнішрекламсервіс, 2007. – С. 186-196.
17. Крусь Ю.О. Пропозиції до нормування основних механічних характеристик бетону при осьових стиску і розтягу // Вісник Донбаської національної академії будівництва і архітектури: Зб. наук. праць. – Вып. 2007-6(68). – Макіївка, 2007. – С. 106-111.

18. ГОСТ 24452-80. Бетоны. Методы определения призмочной прочности, модуля упругости и коэффициента Пуассона. – М.: Изд-во стандартов, 1981. – 55 с.
19. Крусь Ю.О. До питання нормування основних міцнісних і деформативних характеристик бетону при стиску та розтягу//Бетон и железобетон в Украине. – 2007. – № 5. – С. 2-11.
20. Давыдов Н.Ф., Донченко О.М. Экспериментально-теоретическое исследование сопротивления бетона при внецентренном и местном сжатии // Железобетонные конструкции. – Харьков: Изд-во Харьк. ун-та, 1964. – Вып. 1 (30). – С. 18-20.
21. Лучко И.И. Несущая способность, трещиностойкость и деформативность изгибаемых железобетонных элементов из мелкозернистых бетонов//Несущая способность и деформативность железобетонных конструкций: Сб. науч. тр. КАДИ. – Киев: Изд-во при КГУ изд. объединения «Вища школа», 1978. – С. 42-51.
22. Голуб А.В. Особенности прочностных и деформативных свойств бетона со шлаком ТЭС и их учёт при расчёте железобетонных конструкций: Дис. ... канд. техн. наук. – Минск, 1990. – 190 с.