

## **О РАСЧЕТЕ МОСТОВ И ДОРОГ НА ЛЮБЫЕ ПОДВИЖНЫЕ НАГРУЗКИ С УЧЕТОМ ИНЕРЦИОННОСТИ, ПОДРЕССОРИВАНИЯ, ТОРМОЖЕНИЯ, РАЗРЫВА СВЯЗЕЙ, ПЕРЕМЕННЫХ СКОРОСТЕЙ И ИНТЕРВАЛОВ ДВИЖЕНИЯ**

**Кулябко В.В.**

**Макаров А.В.**

*Приднепровская государственная академия строительства и архитектуры*

---

На конференциях по мостам и дорогам в Киеве (НТУ и ДержДорНДІ в 2001, 2006, 2007 гг.), см., например, [1], авторы описывали отдельные методики и предложения по статико-динамическим расчетам (в том числе на подвижные нагрузки), конструированию и технической диагностике сложных мостовых и дорожных конструкций. Характерными чертами указанных методик были:

- Поиск альтернативных путей и приемов решения теоретических нелинейных задач с учетом взаимодействия действительно подвижных нагрузок и сооружений мостов, дорог без применения метода конечных элементов (МКЭ), которому эти расчеты пока не под силу;
- Использование в теоретических исследованиях численных решений дифференциальных уравнений движения во временной области, а в экспериментальных – динамической диагностики с оценкой технического состояния конструкций, проведение динамических испытаний и анализ-паспортизацию динамических характеристик;
- Исследование влияния на реакции пространственных систем и подсистем мостов и дорог большого спектра *различных реальных и аварийных ситуаций*:
  - разгон транспортного средства;
  - движение одного или нескольких экипажей с переменными неодинаковыми скоростями и интервалами;
  - внезапное торможение одного или нескольких экипажей на пути;
  - анализ перечисленных выше ситуаций при учете подрессоренности экипажей;
  - учет подпрыгивания экипажа при его движении на больших скоростях с постепенным снижением сцепного веса, обезгруживанием колесной пары, отрывом ее от покрытия и т.п.

Три основные направления совершенствования расчетных, конструкторских и эксплуатационных работ применительно к мостовым и им подобным сооружениям были даны в [1]. В данной работе эти три основных метода развиваются и применяются к большепролетным конструкциям. В частности, иллюстрируется эффективность метода динамического формообразования (МДФ) на примере конструкций типа большепролетных рудно-грейферных кранов-перегрузателей. Известно, что большинство таких кранов при движении по мосту тележки большой грузоподъемности (масса тележки с грузом иногда превышает 100 тонн), испытывает сильнейшую вибрацию. Краны имеют низшие частоты собственных пространственных колебаний около 0,5-0,8 Гц. Это относится к основным тонам вертикальных, горизонтальных (в поперечном и продольном направлениях) и вращательно-крутильных колебаний. Кран-перегрузатель с позиции динамики мостовых конструкций является весьма поучительным объектом.

В данной статье в качестве примера и иллюстрации этих методик дается анализ собственных и вынужденных колебаний таких двух объектов мостового типа, только не закрепленных

стационарно, а – с возможностью движения: и условной тележки, и самого моста. Сначала рассмотрены (с применением МКЭ и ПК Selena [2]) в сравнении два мостовых рудно-грейферных перегружателя: трубчатого и решетчатого типа. А затем рассмотрено динамическое взаимодействие движущихся грузов с мостом (без МКЭ; используются решения во временной области в среде Maple [3]).

**1. Описание конструкции решетчатого крана** (верхний на рис. 1). Конструкция крана – двухконсольный мост пролетом 76,35 м, опирающийся на гибкую и жесткую опоры. Длина консолей от 25 до 30 м. Грузовая 4-х катковая тележка массой 160 т (в т. ч. грейфер 15 т и груз – 15 т) перемещается по ездовым балкам двутаврового сечения. Высота (от уровня головки кранового рельса) опор: гибкой – 28,02 м, жесткой – 25,33 м. Ширина опор по низу (база крана) – 20 м. Опоры соединяются с ходовыми тележками, которые перемещаются по двухрельсовым путям подкрановой эстакады.

**2. Характеристики крана.** Скорость крана  $v = 20$  м/мин = 0,333 м/сек. Время торможения крана  $t = 1$  сек,  $g = 10$  м/сек<sup>2</sup>. Во время перемещения крана грейферная тележка расположена над опорой свободной консоли. Скорость тележки  $v = 216$  м/мин = 3,6 м/сек. Передвижение тележки, как правило, совмещают с подъемом груза или высыпанием.

**3. Нормативные документы.** Главные фермы и опоры рамы рассчитаны на следующие нагрузки: 1. Постоянные нагрузки (определены по рабочим чертежам крана); 2. Нагрузки от грейферной тележки: – вертикальные (приняты по заданию завода); – горизонтальные (приняты по указаниям «ЕНиТУ на проектирование, расчет и изготовление крановых МК»); 3. Нагрузки, возникающие при пуске и торможении крана (инерционные нагрузки определены по указаниям «ЕНиТУ...»); 4. Нагрузки от ветра (продольного и поперечного) приняты по указаниям ГОСТ 1451-77 «Краны грузоподъемные. Нагрузка ветровая»; 5. Нагрузки от перекоса – приняты по указаниям «ЕНиТУ...» – как для кранов с шарнирным сопряжением пролетного строения и опор; 6. Нагрузки от удара грейферной тележки о буфер – приняты по указаниям «ЕНиТУ...» при скорости тележки 50% от рабочей скорости; 7. Нагрузки от оледенения 10 % от собственного веса МК; Коэффициенты: – перегрузки, динамические, условий работы – приняты по «ЕНиТУ...».





Рис. 1. Решетчатый (верхний) и трубчатый мостовые краны-перегрузатели

**4. Собственные колебания.** В результате расчетов собственных колебаний получены (для сравнения см. табл. 1) частоты и формы.

**Таблица 1** – Собственные частоты кранов (решетчатого и трубчатого типа)

№ формы	Трубчатый (пролет 76,2 м, консоли 24,7 и 25,6 м, $H_{max} = 33$ м)		Решетчатый (пролет 76,35 м, консоли 29,0 и 26,0 м, $H_{max} = 28,5$ м)	
	Частота, Гц	форма	Частота, Гц	форма
1	0,91	гор.прод.	0,65	гор.прод.
2	1,12	гор.поп.	0,85	гор.поп.
3	1,73	верт	1,7	гор.поп.конс.
4	1,83	гор.поп.конс	1,97	верт
5	2,56	гор.поп	2,03	гор.поп.

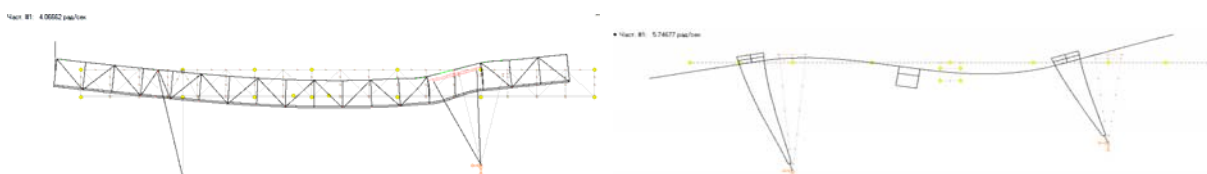
**Таблица 2** – Сравнение веса крана с тележкой и прогиба для кранов трубчатого и решетчатого

	Трубчатый	Решетчатый
Собственный вес с тележкой, т	350	716
Статический прогиб (тел. в центре), м	0,056	0,061

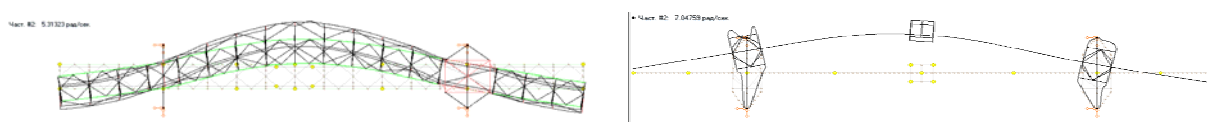
Общий вид решетчатого крана-перегрузителя (схема получена при помощи программы Selena):



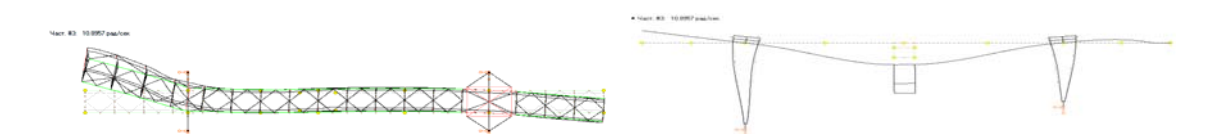
1 форма свободных колебаний 0,65 Гц –решетчатый (справа – трубчатый, 0,91 Гц):



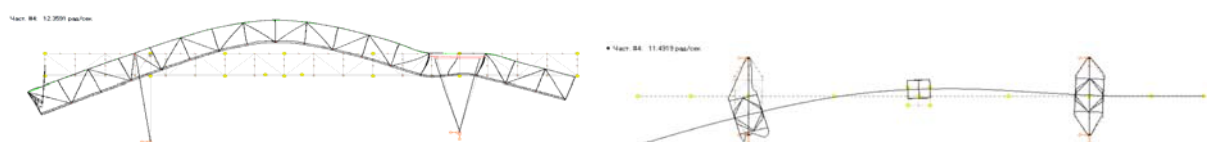
2 форма свободных колебаний 0,85Гц (1,12Гц):



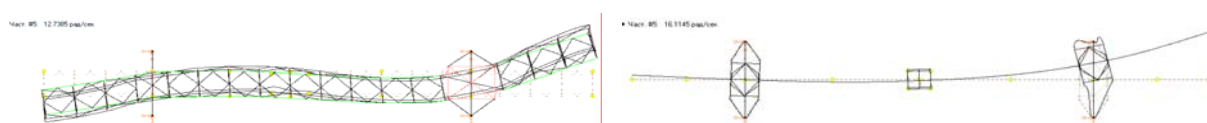
3 форма свободных колебаний 1,7Гц (1,7Гц):



4 форма свободных колебаний 1,97Гц (1,83Гц):



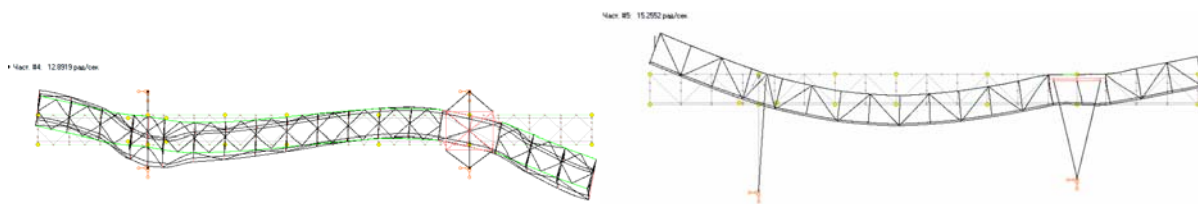
5 форма свободных колебаний 2.03Гц (2,56Гц)



## 5. Влияние положения грузовой тележки на колебания по собственным формам

На примере решетчатого крана рассмотрено влияние положения грузовой тележки на мосту на его собственные частоты и формы. Было выбрано 3 варианта установки базы тележки: на консолях, на одной из опор в середине пролета.

Тележка на гибкой опоре – 1-3 формы похожи на прежние (не показаны); 4-я – 2,05; 5-я – 2,43 Гц:



**Таблица 3** – Зависимость частот от места расположения грузовой тележки решетчатого крана

Положение тележки	Частоты, (Гц) – по каждой собственной форме:									
	1	2		3	4		5			
В пролете	0,65	горизон-тальное продольное	0,85	гор. с круч.	1,70	гор. поперечн. с закруч. консоли	1,97	верт.	2,03	гор. поперечн. с закруч. консолей
На гибкой опоре	0,66		1,29	гор. поперечн. с закруч.	1,58		2,05	гор. поперечн. с закруч. консолей	2,43	верт.
На консоли гибкой опоре	0,66		0,85	гор. поперечн с закруч. консоли	1,48		1,83	верт.	2,29	гор. поперечн. с закруч.
На жесткой опоре	0,66		1,33	гор. поперечн с закруч.	1,73		2,24	гор. поперечн. с закруч	2,46	верт.
На консоли жесткой опоры	0,64		0,95	горизон-тальное продольное	1,52		1,97	гор. поперечн. с закруч	2,15	верт.

## 6. Учет внутреннего трения

В программном комплексе Selenia существует возможность учета различного внутреннего трения в элементах конструкции крана. Было исследовано влияние условной гармонической силы, приложенной в местах расположения **колес грузовой тележки** в середине пролета, на перемещения нижнего пояса в вертикальной плоскости. Нагрузка принималась  $P_0 = 4 \times 40000$  Н (10 % от веса грузовой тележки) с резонансной частотой по вертикальной (4-й) форме 1,97 Гц. Были приняты различные условия соотношения диссипативных свойств в подсистемах для шести вариантов:

- 1 – во всех конструкциях одинаковый коэффициент неупругого сопротивления 0,05;
- 2 – в нижнем поясе фермы – в 2 раза больше – 0,1;
- 3 – в нижнем поясе фермы в 10 раз больше – 0,5 (в вар. 1-3 возмущающая сила – вертикальная).

В следующих вариантах 4, 5, и 6 исследовалось влияние гармонической горизонтальной силы с резонансной частотой по горизонтальной 1 форме: 0,65 Гц. Трение сначала менялось в ездовых балках, а потом в верхнем поясе фермы:

1 – во всех конструкциях одинаковый коэффициент неупругого сопротивления – 0,05;

2 – в ездовой балке (верхнем поясе фермы) в 2 раза больше – 0,1;

3 – в ездовой балке (верхнем поясе фермы) в 10 раз больше – 0,5.

**Таблица 4** – Амплитуды (м) перемещений (относительно положения статического равновесия) нижнего пояса фермы в среднем сечении пролета от действия вертикальной гармонической силы

Вариант 1		Ux	Uy	Uz
	Re	-0,0020	0,0002	0,0135
Im	-0,0091	0,0010	0,0484	
		0,0093	0,0010	<b>0,0503</b>
Вариант 2		Ux	Uy	Uz
	Re	-0,0019	0,0002	0,0128
	Im	-0,0089	0,0010	0,0473
		0,0082	0,0009	0,0446
Вариант 3		Ux	Uy	Uz
	Re	-0,0008	0,0001	0,0075
	Im	-0,0077	0,0009	0,0410
			0,0045	0,0005

**Таблица 5** – Амплитуды перемещений (м) нижнего пояса фермы в среднем сечении пролета от действия горизонтальной гармонической силы

		Ездовая балка			Верхний пояс		
		Ux	Uy	Uz	Ux	Uy	Uz
Вариант 4	Re	0,0001	-0,00001	-0,0006	0,0001	-0,00001	-0,0006
	Im	-0,2501	0,00008	-0,0841	-0,2501	0,00008	-0,0841
		<b>0,2501</b>	0,00008	0,0841	<b>0,2501</b>	0,00008	0,0841
Вариант 5		Ux	Uy	Uz	Ux	Uy	Uz
	Re	0,0005	-0,00001	-0,0005	0,0018	0,00000	-0,0010
	Im	-0,2100	0,00007	-0,0706	-0,2124	0,00007	-0,0713
		0,2100	0,00007	0,0706	0,2124	0,00007	0,0713
Вариант 6		Ux	Uy	Uz	Ux	Uy	Uz
	Re	0,0068	-0,00001	0,0015	0,0199	0,00001	0,0023
	Im	-0,0929	0,00003	-0,0311	-0,1008	0,00003	-0,0327
		0,0932	0,00003	0,0311	0,1028	0,00003	0,0328



Из полученных расчетов видно, что при увеличении трения в ездовых балках пролетного строения амплитуда колебаний снижается в 2 раза в вертикальном направлении, и почти в 3 раза – в продольно-горизонтальном.

## 7. Система символьной математики – Maple

В Maple была рассмотрена задача о подвижной нагрузке с учетом сил инерции как балки, так и груза перемещающегося по балке.

7.1. Движение груза по балке – равномерное, с постоянной скоростью 5 м/с.

Для расчета была принята упрощенная система (основной пролет крана) с одной степенью свободы, где масса балки берется в виде приведенной частоты основного тона массы, а масса груза зависит от времени перемещения груза по балке:

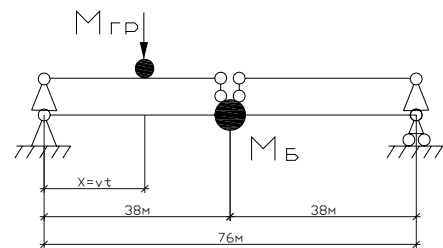
$$(m_b + m_{gp}) \left( \frac{d^2}{dt^2} y(t) \right) + \beta \left( \frac{d}{dt} y(t) \right) + r y(t) = 9.81 m_b + 9.81 m_{gp}$$

где  $m_b = 290000/2 = 145000$  кг,

$\beta = 60000$ ,  $r = 48 EI/l^3 = 5.43e+07$  Н/м,  $m_{gp} = 160000$  кг.

н.у:  $y(0) = 0.026$  (статический прогиб балки, м),  $y'(0) = 0$ .

В решении дифференциального уравнения присутствует переменная  $m_{gp}$ , которая во время прохождения груза по балке влияет, как на общую массу системы, так и на силу тяжести (в правой части уравнения).



Окончательный вид уравнения после подстановки переменных

$$\left( \begin{array}{l} 145000 + \left( \begin{array}{l} 16764.89849 t \\ 320000.0000 - 16764.89850 t \\ 0 \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} t \leq 9.543750000 \\ 9.543750000 < t \text{ and } t < 19.08750000 \\ \text{otherwise} \end{array} \right) \left( \frac{d^2}{dt^2} y(t) \right) + 140000 \left( \frac{d}{dt} y(t) \right) \\ + 0.5430000000 \cdot 10^8 y(t) = \\ 0.142245000 \cdot 10^7 + 9.81 \left( \begin{array}{l} 16764.89849 t \\ 320000.0000 - 16764.89850 t \\ 0 \end{array} \right) \left( \begin{array}{l} t \leq 9.543750000 \\ 9.543750000 < t \text{ and } t < 19.08750000 \\ \text{otherwise} \end{array} \right) \end{array} \right)$$

График изменения веса груза и балки во времени (скорость груза по балке 5 м/с), [Н]:

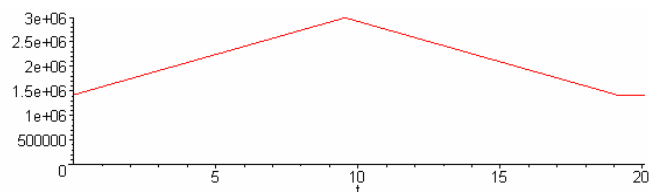


График перемещения среднего сечения балки от действия движущейся силы, [м] :

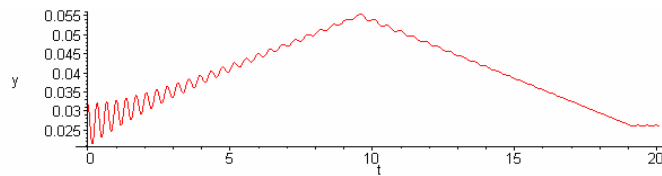
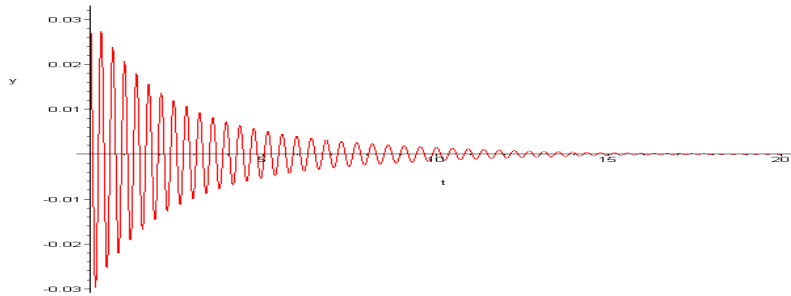


График свободных колебаний балки с грузом, [м]:

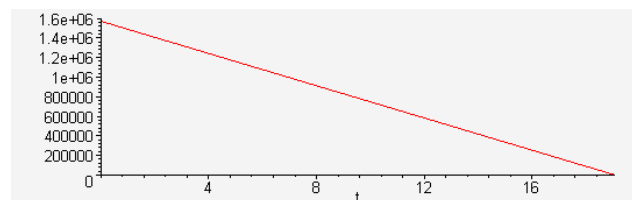


Язык программы позволяет строить обычные линии влияния (ЛВ), например, опорных реакций и момента

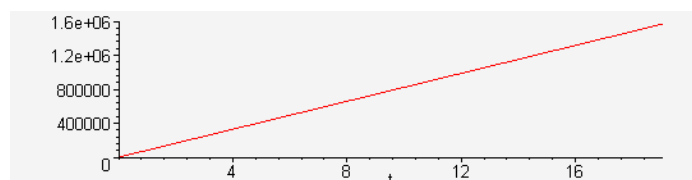
- > ЛВ<sub>Va</sub>: $=9.81 * m_{\text{груз}} * (1-x)/l$ ;
- > ЛВ<sub>Vb</sub>: $=9.81 * m_{\text{груз}} * x/l$ ;
- > ЛВ<sub>Mcp</sub>: $=9.81 * m_{\text{груз}} * x * (1-x)/l$ ;

Тогда получим следующие стандартные графики ЛВ:

1) График линии влияния левой опорной реакции балки относительно времени перемещения груза по балке, [Н]

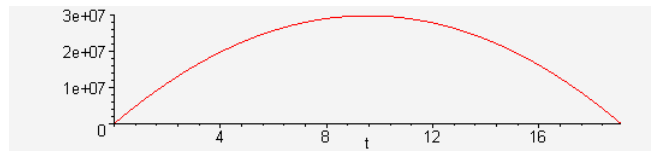


2) График линии влияния правой опорной реакции балки, [Н]:





Необычным будет иной график – график линии влияния момента в среднем сечении балки, но относительно времени перемещения груза по балке (в сечении балки, на котором стоит в данное время груз), [Н]



7.2. Движение груза по балке с нулевой начальной скоростью и ускорением  $a = 5 \text{ м/с}^2$ . Исходные данные:

$$m_{\text{груз}} := 160000; l := 76.35; a := 5; v := a * t; x := v * t;$$

$$t_{\text{пол}} := \sqrt{l/a}; t_{\text{ср}} := \sqrt{l/(2*a)}; t_{\text{выв}} := \sqrt{l/a} + 2.$$

Вид уравнения движения – такой же, как и в предыдущем примере. Построим график зависимости веса балки и груза, передающегося на среднее сечение балки, от времени, [Н]:

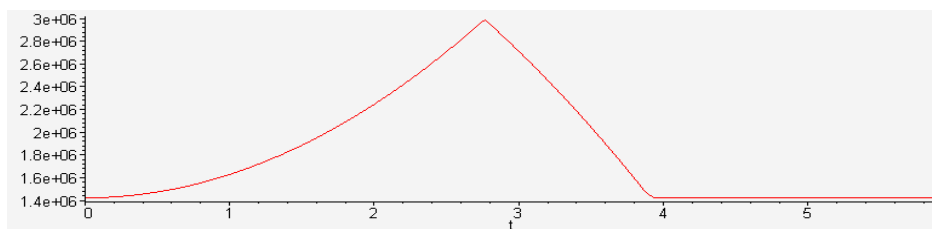


График перемещения среднего сечения балки при движении, [м]:

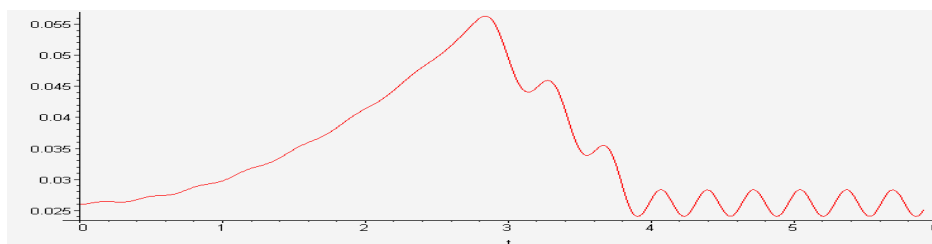
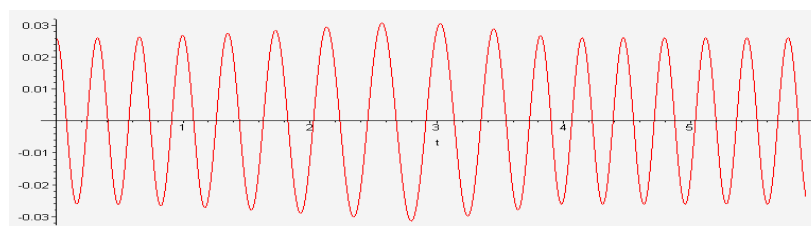


График свободных колебаний балки с грузом, [м]:



7.3.1. Движение двух грузов с одинаковой скоростью и малым интервалом.

Исходные данные:  $m_{\text{груз}1} = 80000 \text{ кг}$ ;  $m_{\text{груз}2} = 80000 \text{ кг}$ ;  $L = 76,35 \text{ м}$ ;  $b = 0,1 \text{ м}$  – расстояние между грузами. Скорость  $v_1 = 5 \text{ м/с}$ ,  $v_2 = 5 \text{ м/с}$ .

Общий вид дифференциального уравнения:

$$(m\bar{b} + m_{gp1} + m_{gp2}) \left( \frac{d^2}{dt^2} y(t) \right) + \beta \left( \frac{d}{dt} y(t) \right) + r y(t) = 145000 \cdot 9.81 + m_{gp1} \cdot 9.81 + m_{gp2} \cdot 9.81$$

График зависимости веса балки и груза, передающегося на среднее сечение балки, от времени:

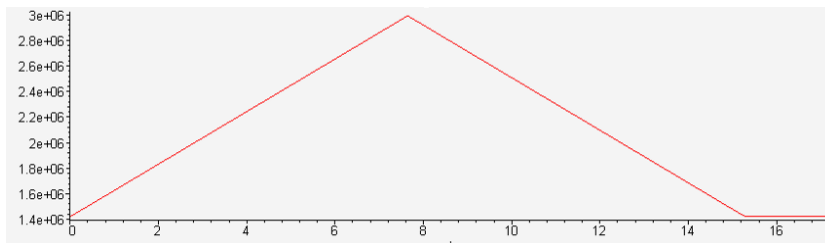


График перемещения среднего сечения балки от действия двух движущихся масс, [м]:

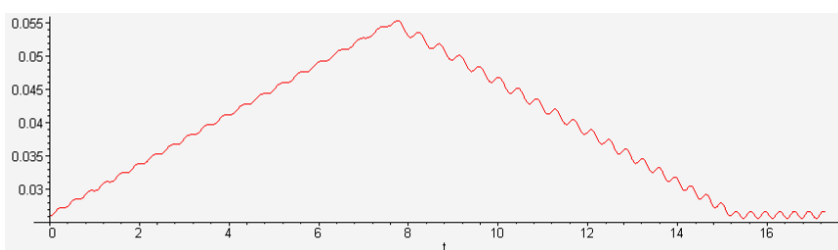
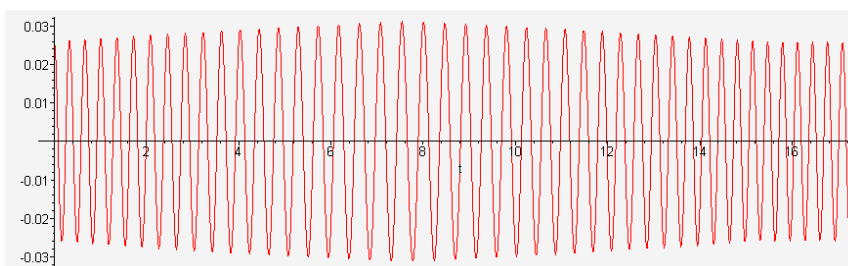


График свободных колебаний балки с грузом, [м]:



### 7.3.2. Движение двух грузов с одинаковой скоростью и большим интервалом.

Исходные данные:

$$m_{\text{груз1}} = 80000 \text{ кг}; m_{\text{груз2}} = 80000 \text{ кг}; L = 76,35 \text{ м}; b = 5 \text{ м} - \text{расстояние между грузами.}$$

Скорость  $v_1 = 5 \text{ м/с}$ ,  $v_2 = 5 \text{ м/с}$

Общий вид дифференциального уравнения:

$$(m\bar{b} + m_{gp1} + m_{gp2}) \left( \frac{d^2}{dt^2} y(t) \right) + \beta \left( \frac{d}{dt} y(t) \right) + r y(t) = 145000 \cdot 9.81 + m_{gp1} \cdot 9.81 + m_{gp2} \cdot 9.81$$

График зависимости веса балки и груза, передающегося на среднее сечение балки, от времени:

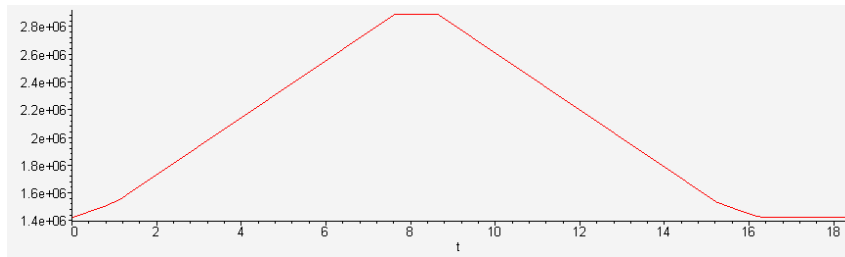


График перемещения точки среднего сечения балки от действия двух движущихся сил, [м]:

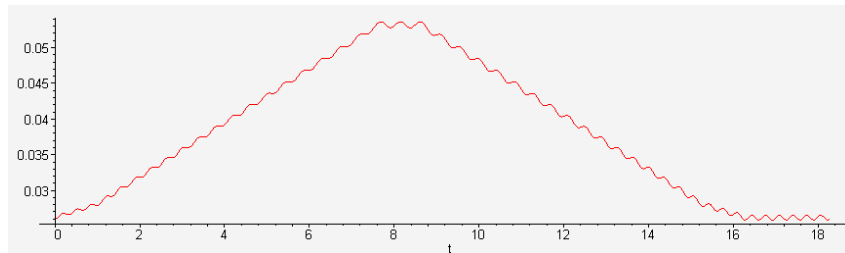
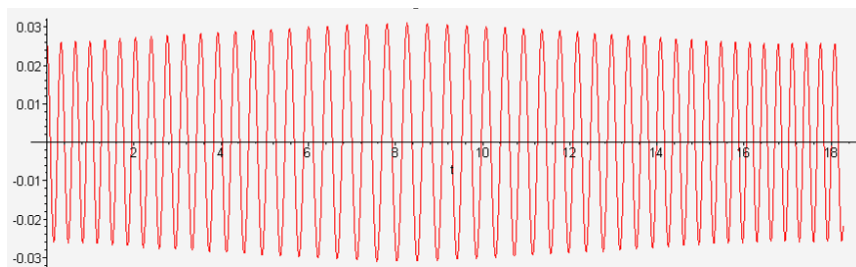


График свободных колебаний балки с грузом, [м]:



7.3.3. Движение двух грузов с одинаковой высокой скоростью и большим интервалом.

Исходные данные:  $m_{\text{груз1}}=80000$  кг;  $m_{\text{груз2}}=80000$  кг;  $L=76,35$  м;  $b=25$  м – расстояние между грузами. Скорость  $v_1=115$  м/с,  $v_2=115$  м/с.

График зависимости веса балки и груза, передающегося на среднее сечение балки, от времени:

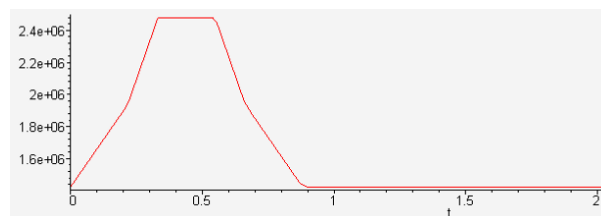


График перемещения среднего сечения балки от действия движущихся сил, [м]:

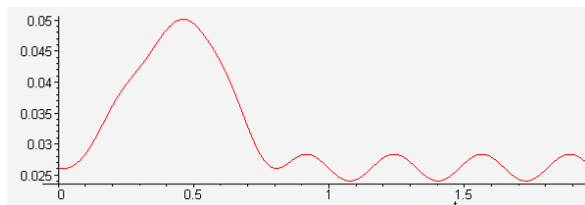


График свободных колебаний балки с грузом, [м]:



### Литература

1. Кулябко В.В., Давыдов И.И., Дубихвост А.А., Взаимодействие движущегося автотранспорта с нелинейными упруго-диссипативными конструкциями и основаниями дорог «Автомобільні дороги і дорожнє будівництво», 2001. – Вып. 63.
2. Selenasys.com – Интернет-сайт ПК Selena.
3. В.П. Дьяконов. Maple 9.5/10 в математике, физике и образовании – М.: СОЛОН-Пресс, 2006. – 720 с.: ил. – (Серия «Библиотека профессионала»).
4. РТМ 24.090.62-81 Нормы расчета и проектирования стальных конструкций мостовых перегружателей и козловых кранов большой грузоподъемности.