

ДОСЛІДЖЕННЯ ГОРИЗОНТАЛЬНИХ ПЕРЕМІЩЕНЬ НА ПОВЕРХНІ ТА КОНТАКТАХ ШАРІВ ТРИШАРОВОГО НАПІВПРОСТОРУ

Голеско В.О.

Харківський національний автомобільно-дорожній університет

Вступ

Аналіз напружено-деформованого стану ряду інженерних споруд, зокрема дорожньої конструкції, заснований на використанні розв'язків теорії пружності для багатошарових систем. Для оцінки відповідності механічних властивостей матеріалів напружено-деформованому стану шарів дорожнього одягу необхідно мати якісну та кількісну характеристику розподілу напружень і деформацій по ширині та товщині шарів, які залежать від багатьох факторів.

Аналіз публікацій

Питанню напружено-деформованого стану багатошарових систем присвячено достатньо велику кількість наукових робіт. В основному розглядалися двошаровий та тришаровий напівпростори з різними законами змінювання модулів пружності, варіантами сполучення нежорстких та жорстких шарів дорожнього одягу [1,2,3,4,5]. У роботах [6,7] розглядаються конструкції з необмеженою кількістю однорідних шарів, напруження і деформації в яких описуються системою лінійних диференціальних рівнянь. У цьому випадку багатошарову систему не треба приводити до двошарової з еквівалентним шаром. Усі методи мають складний математичний апарат та передбачають використання ЕОМ.

Різноманітність конструкцій дорожнього одягу не виключає актуальності одержаних раніш розв'язків для багатошарових систем в різних постановках та подальшого удосконалення методів дослідження напружено-деформованого стану, а також накопичування даних дослідження.

Аналіз попередніх досліджень здебільшого проводився стосовно нормальних напружень та вертикальних переміщень (осідань). Менше уваги приділялося аналізу горизонтальних переміщень (зсувів). Проте, горизонтальні переміщення разом з дотичними напруженнями характеризують спільність роботи шарів багатошарової системи. У випадках порушення зчеплення між шарами переміщення і напруження в системі зростають в значній мірі.

Мета дослідження та постановка задачі

Метою даного дослідження є аналіз змінювання горизонтальних переміщень (зсувів) на поверхні та на контактах шарів тришарового напівпростору від незалежних змінних величин, тобто від параметрів конструкції та зовнішнього навантаження.

Для аналізу змінювання горизонтальних переміщень як і решти компонентів напружено-деформованого стану конструкції на основі загального рішення теорії пружності для багатошарових систем [1] розглянуто тришаровий напівпростір з однорідних пружних шарів, завантажений симетричним рівномірно розподіленим по колу з радіусом δ навантаженням q [4,5]. Шари характеризуються товщиною h_i , модулем пружності E_i , коефіцієнтом Пуассона μ_i та умовами неперервності напружень і деформацій на контактах. Нижній підстильний шар має товщину $h_3 = \infty$.

Розрахункову схему наведено на рис. 1. Початок ординат взятий на осі симетрії на контакті верхнього та середнього шарів. При розрахунку всі лінійні розміри віднесено до товщини середнього шару h_2 , модулі пружності задано у співвідношеннях $\frac{E_1}{E_2}, \frac{E_2}{E_3}$.

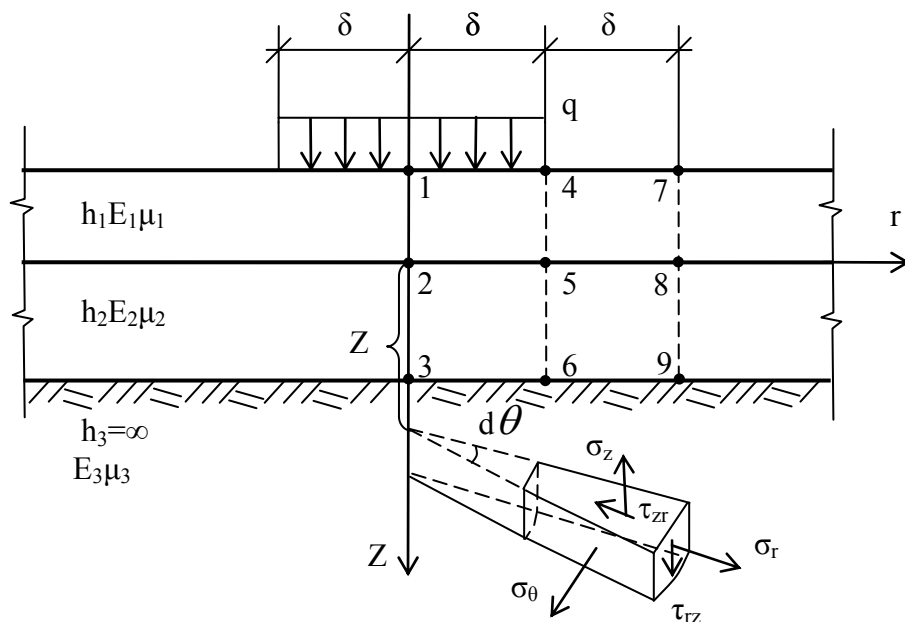


Рис. 1. Розрахункова схема тришарового на півпростору

Залежність для визначення горизонтальних переміщень U_r у будь-якій точці напівпростору, що характеризується координатами z, r , має вигляд [4,5]

$$U_r = \frac{1 + \mu_i}{E_i} q \delta \int_0^{\infty} I_1\left(u \frac{r}{h_2}\right) \frac{1}{u} I_1\left(u \frac{\delta}{h_2}\right) \{e^{-U\xi} [D_i - u(A_i + D_i\xi)] + e^{U\xi} [C_i + u(B_i + C_i\xi)]\} du, \quad (5)$$

де I_1 – функція Бесселя;

$u = kh_2$ – дійсне число в масштабі h_2 , параметр інтегрування;

A_i, B_i, C_i, D_i – функції, які задовольняють граничні умови на поверхні та умови сполучення між шарами;

$\xi = \frac{z}{h_2}$ – вертикальна координата в масштабі h_2 .

Для аналізу напружено-деформованого стану тришарової системи розглянуто 292 варіанти залежності компонентів тензора від незалежних змінних величин: відношення модулів пружності шарів $\frac{E_1}{E_2}, \frac{E_2}{E_3}$; відношення радіуса відбитка колеса до товщини середнього шару

$\frac{\delta}{h_2}$; відношення товщини верхнього і середнього шарів $\frac{h_1}{h_2}$. Прийнято такі значення незалежних змінних:

- відношення товщини шарів $\frac{h_1}{h_2} = 0,1; 0,4; 0,7; 1,0; 2,0;$
- відношення радіуса відбитка колеса до товщини середнього шару $\frac{\delta}{h_2} = 0,4; 1,0; 2,5; 4,0;$
- відношення модулів пружності верхнього і середнього шарів $\frac{E_1}{E_2} = 2; 3,5; 5; 10;$
- відношення модулів пружності середнього і нижнього шарів $\frac{E_2}{E_3} = 2; 6; 10; 15.$

Коефіцієнт Пуассона для верхнього шару прийнятий $\mu_1 = 0,25$; для середнього і нижнього шарів $\mu_2 = \mu_3 = 0,30$.

Переміщення визначалися як функція чотирьох змінних величин при інтенсивності рівномірно розподіленого навантаження $q=1$. Таким чином

$$\bar{U}_{ri} = f(1 + \mu_i) \left(\frac{E_1}{E_2}, \frac{E_2}{E_3}, \frac{\delta}{h_2}, \frac{h_1}{h_2} \right), \quad (2)$$

де \bar{U}_{ri} – горизонтальні переміщення при $q=1$.

Залежність (1) набуває вигляду

$$U_{ri} = \frac{q\delta}{E_i} \bar{U}_{ri}. \quad (3)$$

Як і решта компонентів тензора, горизонтальні переміщення визначалися у характерних точках системи на поверхні та на контактах шарів при $r=\delta, 2\delta$ (точки 4, 5, 6, 7, 8, 9, рис. 1). Оскільки навантаження симетричне, горизонтальні переміщення на осі симетрії ($r=0$) дорівнюють нулю (точки 1, 2, 3, рис. 1). При визначенні переміщень U_{ri} для точок 4,7 необхідно враховувати модуль пружності верхнього шару E_1 , для точок 5,6,8,9 – модуль пружності середнього шару E_2 .

$$U_{r4,7} = \frac{q\delta}{E_1} \bar{U}_{r4,7}; \quad U_{r5,6,8,9} = \frac{q\delta}{E_2} \bar{U}_{r5,6,8,9}. \quad (4)$$

Аналіз результатів дослідження

В таблицях 1,2,3 наведено безрозмірні величини горизонтальних переміщень \bar{U}_r в характерних точках тришарової системи при деяких значеннях незалежних змінних. На поверхні напівпростору горизонтальні переміщення $\bar{U}_{r4}, \bar{U}_{r7}$ направлені до осі симетрії. Найбільшими з них є переміщення \bar{U}_{r4} ($r=\delta$). Але і переміщення \bar{U}_{r7} ($r=2\delta$) не набагато менші за них (табл. 1). Значний вплив на величину переміщень $\bar{U}_{r4}, \bar{U}_{r7}$ мають відношення модулів пружності, особливо $\frac{E_2}{E_3}$. Зі зростом відношення товщини шарів $\frac{h_1}{h_2}$ переміщення на поверхні поступово зменшуються, оскільки зростає товщина верхнього шару з найбільшим модулем пружності.

На контакті верхнього та середнього шарів горизонтальні переміщення досягають найбільших значень при $r=2\delta$ (\bar{U}_{r8}), а при $r=\delta$ (\bar{U}_{r5}) мають значно менші величини (табл. 2). У межах відношення $0,1 \leq \frac{h_1}{h_2} \leq (0,4 \div 0,7)$ переміщення $\bar{U}_{r5}, \bar{U}_{r8}$ спрямовані в основному до осі

симетрії системи. Зі зростом відношення товщин шарів \bar{U}_{r5} , \bar{U}_{r8} змінюють напрямок (табл. 2, рис. 2,а).

Горизонтальні переміщення \bar{U}_{r6} , \bar{U}_{r9} на контакті середнього і нижнього шарів мають однаковий напрямок – від осі симетрії. Значення \bar{U}_{r6} , \bar{U}_{r9} достатньо близькі і теж суттєво залежать від $\frac{E_2}{E_3}$ (табл. 3). В більшості варіантів прийнятих змінних \bar{U}_{r6} не набагато перевищують \bar{U}_{r9} . На рис. 2,б показано змінювання \bar{U}_{r6} залежно від $\frac{h_1}{h_2}$ при декількох значеннях $\frac{E_1}{E_2}$, $\frac{E_2}{E_3}$, $\frac{\delta}{h_2}$. Зі зростом відношення $\frac{h_1}{h_2}$ переміщення \bar{U}_{r6} зменшуються.

Якісне та кількісне змінювання горизонтальних переміщень на контактах шарів при двох відношеннях товщини шарів $\frac{h_1}{h_2} = 0,1$; $\frac{h_1}{h_2} = 2$ залежно від $\frac{\delta}{h_2}$ та декількох відношень модулів пружності $\frac{E_1}{E_2}$, $\frac{E_2}{E_3}$ показано на рис. 3, 4. На графіках приведено безрозмірні значення $\bar{U}_{r5,6,8,9}$.

Оскільки при визначенні дійсних переміщень в цих точках з урахуванням зовнішнього навантаження і модуля пружності необхідно користуватися формулою (4) з підстановкою модуля пружності середнього шару E_2 , ці безрозмірні величини переміщень можна порівнювати між собою. Дані табл. 2, 3 та рис. 3, 4 показують, що модульні значення переміщень на контактах середнього та нижнього шарів більші за модульні значення переміщень на контактах верхнього та середнього шарів. Здебільшого, переміщення на верхньому і нижньому контактах середнього шару мають різний напрямок.

На досліджувані переміщення впливають усі змінні, особливо відношення модулів пружності $\frac{E_2}{E_3}$. Так, при $\frac{h_1}{h_2} = 0,1$; $\frac{E_1}{E_2} = 2$; $\frac{E_2}{E_3} = 2$; $\frac{\delta}{h_2} = 1$ переміщення $\bar{U}_{r6} = 0,198$, а при таких самих значеннях змінних, крім відношення модулів пружності середнього та нижнього шарів $\frac{E_2}{E_3} = 15$, переміщення $\bar{U}_{r6} = 0,745$, тобто зростає в 3,8 рази. Порівняння переміщень \bar{U}_{r6} для

двох розглядуваних вище варіантів змінних величин, але при $\frac{\delta}{h_2} = 4$, показує, що у цьому випадку вони збільшуються в 13 разів, якщо $\frac{E_2}{E_3} = 15$ (табл. 3, рис. 3). Зі зростом відношення

товщин шарів вплив $\frac{E_2}{E_3}$ на величину \bar{U}_{r6} поступово зменшується, але залишається достатньо суттєвим.

Таким чином, горизонтальні переміщення (зсуви) на поверхні та контактах шарів напівпростору можуть досягати суттєвих значень, особливо зі збільшенням відношення модулів пружності. Зсуви відбуваються також в самих шарах і можуть змінювати напрямок в межах товщини шару. На контакті верхнього і середнього шарів при різних варіантах незалежних змінних напрямком горизонтальних переміщень теж може бути різним (табл. 2).

Напружено-деформований стан багат шарової системи буде більш сприятливим для раціональної роботи дорожньої конструкції при поступовому зменшенні модулів пружності матеріалів шарів.

Безумовно, що для оцінки достатнього зчеплення дорожніх матеріалів на контактах шарів необхідно мати дані експериментальних досліджень.

Таблиця 1 – Значення горизонтальних переміщень \bar{U}_r (зсувів) на поверхні напівпростору при $r = \delta, 2\delta$ (точки 4,7)

$\frac{h_1}{h_2}$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{E_1}{E_2}$	$\frac{E_2}{E_3}$	\bar{U}_{r4}	\bar{U}_{r7}
0,1	1	2	2	-0,612	-0,427
		2	15	-1,438	-1,520
		10	2	-1,712	-1,203
		10	15	-3,501	-3,680
	4	2	2	-0,785	-0,413
		2	15	-3,085	-1,672
		10	2	-2,530	-1,557
		10	15	-8,594	-5,457
0,4	1	2	2	-0,562	-0,388
		2	15	-1,071	-1,135
		10	2	-1,553	-1,125
		10	15	-2,588	-2,710
	4	2	2	-0,730	-0,387
		2	15	-2,683	-1,697
		10	2	-1,974	-1,043
		10	15	-6,525	-4,372
1,0	1	2	2	-0,465	-0,362
		2	15	-0,738	-0,820
		10	2	-0,961	-0,988
		10	15	-1,464	-1,888
	4	2	2	-0,708	-0,387
		2	15	-2,363	-1,834
		10	2	-2,014	-1,128
		10	15	-5,989	-5,127
2,0	1	2	2	-0,367	-0,284
		2	15	-0,493	-0,519
		10	2	-0,546	-0,584
		10	15	-0,728	-0,930
	4	2	2	-0,666	-0,430
		2	15	-1,809	-1,694
		10	2	-1,758	-1,402
		10	15	-3,743	-3,887
Примітка. $U_{r4,7} = \frac{q\delta}{E_1} \bar{U}_{r4,7}$					

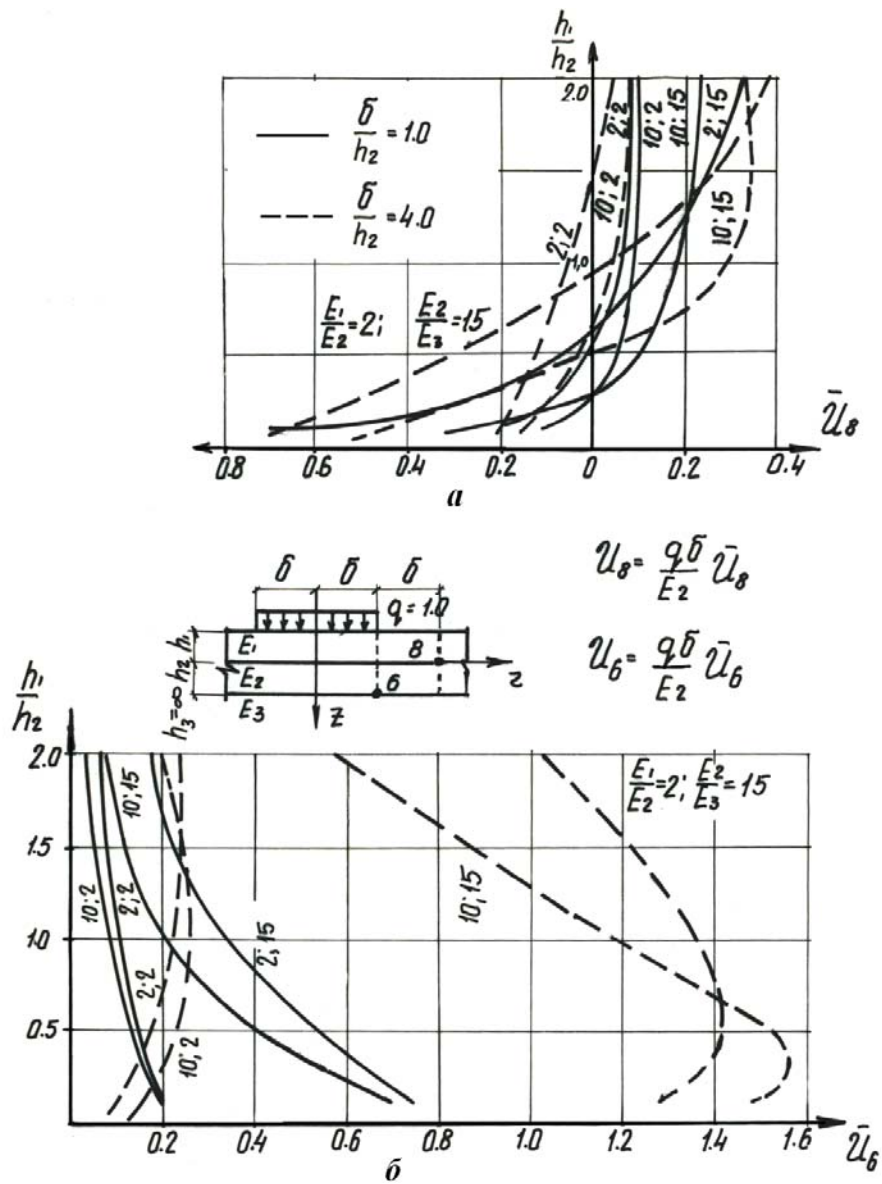
Таблиця 2 – Значення горизонтальних переміщень \bar{U}_r (зсувів) на контактах верхнього та середнього шарів при $r = \delta, 2\delta$ (точки 5,8)

$\frac{h_1}{h_2}$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{E_1}{E_2}$	$\frac{E_2}{E_3}$	\bar{U}_{r5}	\bar{U}_{r8}
0,1	1	2	2	-0,071	-0,167
		2	15	-0,222	-0,593
		10	2	-0,003	-0,076
		10	15	-0,01	-0,023
	4	2	2	-0,152	-0,194
		2	15	-0,598	-0,725
		10	2	-0,018	-0,142
		10	15	-0,057	-0,435
0,4	1	2	2	0,025	-0,038
		2	15	-0,004	-0,135
		10	2	0,010	0,041
		10	15	0,013	0,088
	4	2	2	-0,067	-0,140
		2	15	-0,219	-0,401
		10	2	0,0005	-0,052
		10	15	0,010	-0,012
1,0	1	2	2	0,050	0,066
		2	15	0,064	0,117
		10	2	0,008	0,076
		10	15	0,011	0,142
	4	2	2	0,015	-0,057
		2	15	0,094	0,058
		10	2	0,011	0,029
		10	15	0,039	0,309
2,0	1	2	2	0,033	0,079
		2	15	0,049	0,142
		10	2	0,004	0,051
		10	15	0,005	0,081
	4	2	2	0,064	0,044
		2	15	0,215	0,382
		10	2	0,013	0,098
		10	15	0,031	0,322

Примітка. $U_{r5,8} = \frac{q\delta}{E_2} \bar{U}_{r5,8}$

Таблиця 3 – Значення горизонтальних переміщень \bar{U}_r (зсувів) на контактах середнього та нижнього шарів при $r = \delta, 2\delta$ (точки 6,9)

$\frac{h_1}{h_2}$	$\frac{\delta}{h_2}$	$\frac{E_1}{E_2}$	$\frac{E_2}{E_3}$	\bar{U}_{r6}	\bar{U}_{r9}
0,1	1	2	2	0,198	0,140
		2	15	0,745	0,794
		10	2	0,200	0,157
		10	15	0,691	0,776
	4	2	2	0,097	-0,064
		2	15	1,274	0,383
		10	2	0,157	-0,018
		10	15	1,481	0,661
0,4	1	2	2	0,170	0,153
		2	15	0,562	0,682
		10	2	0,152	0,162
		10	15	0,473	0,630
	4	2	2	0,160	0,013
		2	15	1,408	0,697
		10	2	0,230	0,060
		10	15	1,559	1,000
1,0	1	2	2	0,114	0,136
		2	15	0,335	0,479
		10	2	0,077	0,107
		10	15	0,210	0,332
	4	2	2	0,216	0,061
		2	15	1,349	0,986
		10	2	0,242	0,130
		10	15	1,176	1,050
2,0	1	2	2	0,063	0,094
		2	15	0,169	0,275
		10	2	0,034	0,056
		10	15	0,078	0,133
	4	2	2	0,230	0,136
		2	15	1,020	0,955
		10	2	0,192	0,163
		10	15	0,588	0,631
Примітка. $U_{r6,9} = \frac{q\delta}{E_2} \bar{U}_{r6,9}$					



a – на контакті верхнього та середнього шарів при $r = 2\delta$ (точка δ);

δ – на контакті середнього та нижнього шарів при $r = \delta$ (точка δ)

Рис. 2. Змінювання горизонтальних переміщень \bar{U}_r залежно від $\frac{h_1}{h_2}$

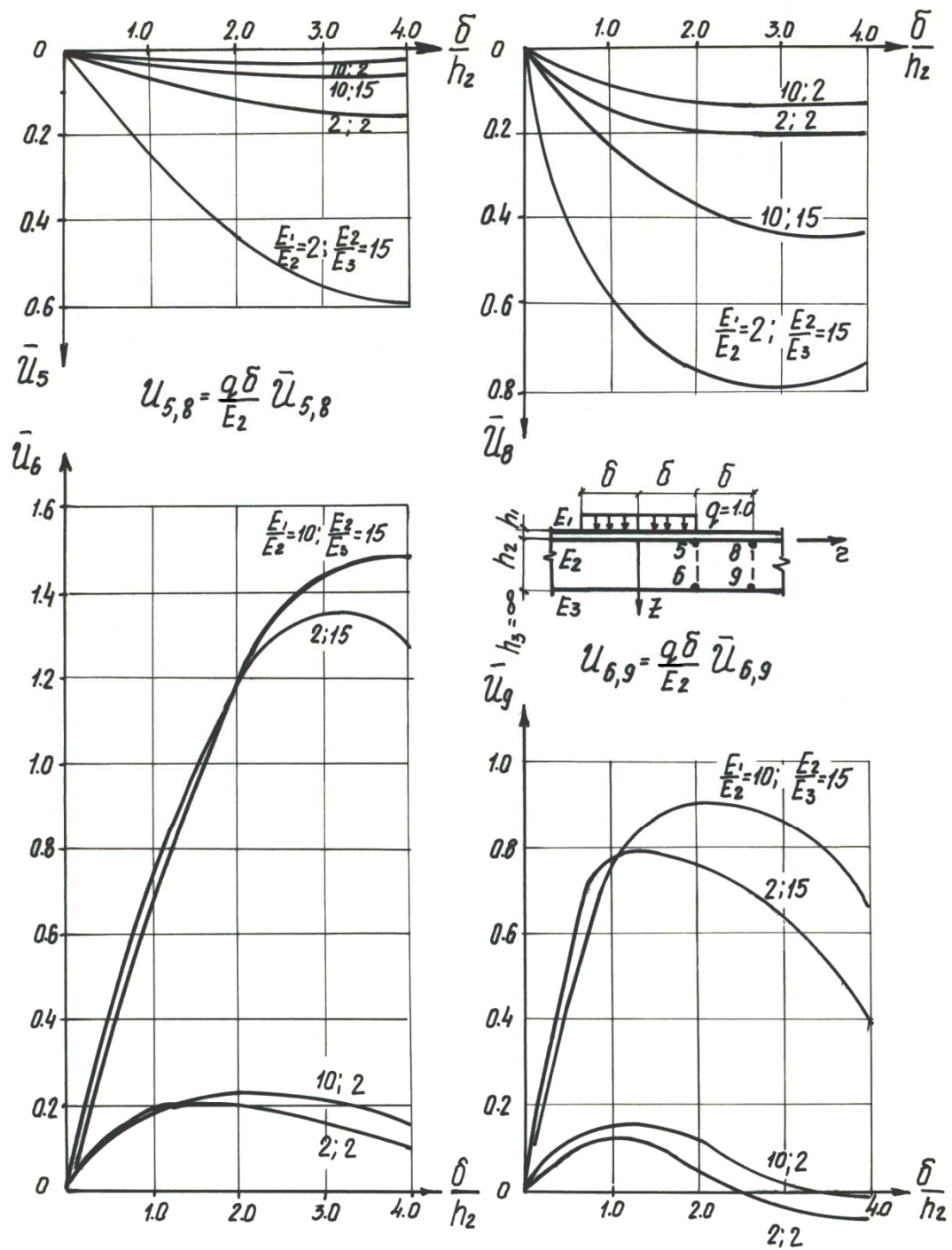


Рис. 3. Змінювання горизонтальних переміщень \bar{U}_r на контактах середнього шару

($r = \delta, r = 2\delta$) при $\frac{h_1}{h_2} = 0,1$ залежно від $\frac{E_1}{E_2}; \frac{E_2}{E_3}; \frac{\delta}{h_2}$

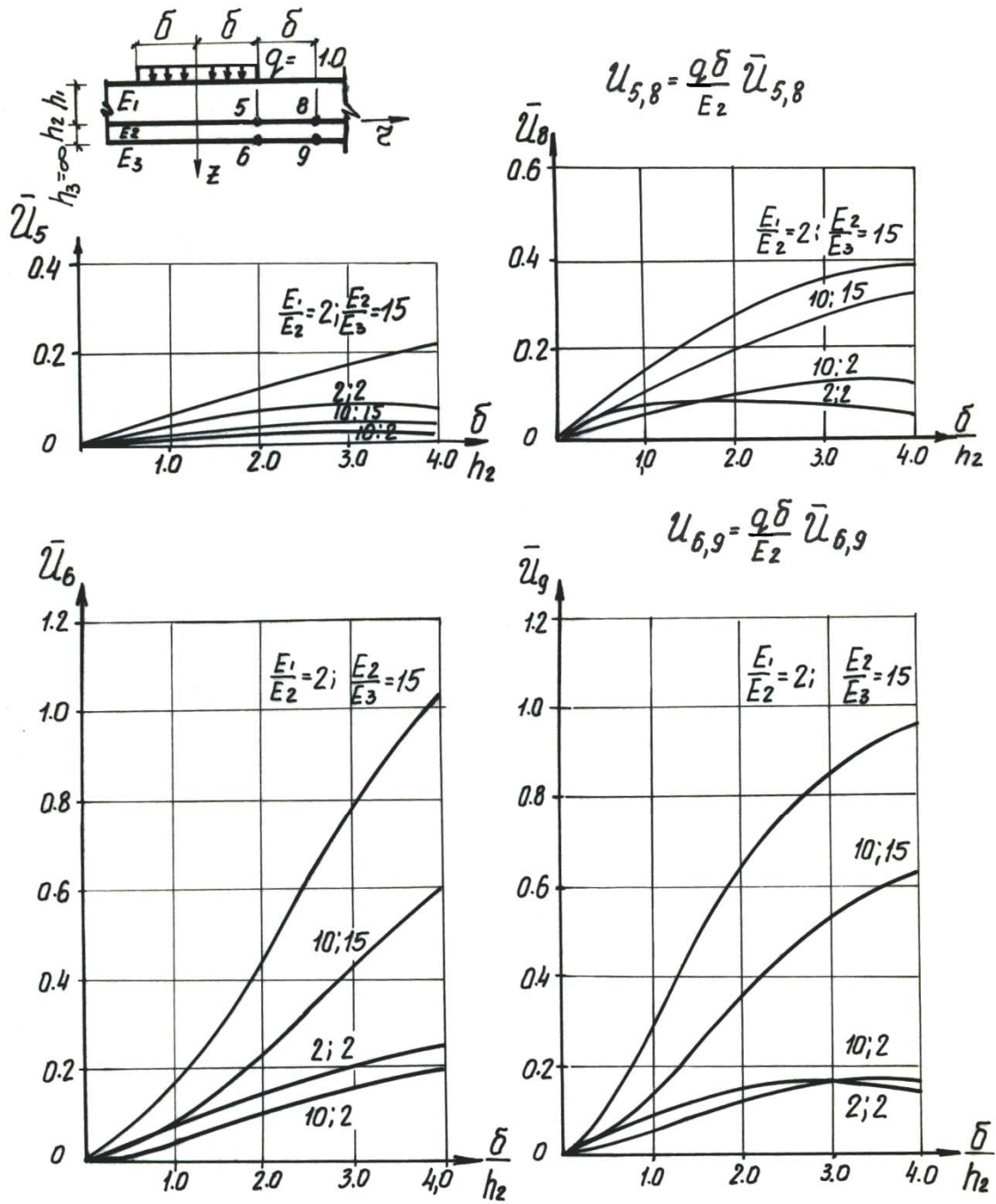


Рис. 4. Змінювання горизонтальних переміщень \bar{U}_r на контактах середнього шару

$$(r = \delta, r = 2\delta) \text{ при } \frac{h_1}{h_2} = 2,0 \text{ залежно від: } \frac{E_2}{E_3}; \frac{\delta}{h_2}$$

Висновки

Проведено якісний та кількісний аналіз змінювання горизонтальних переміщень (зсувів) на поверхні та контактах шарів тришарового напівпростору залежно від відношення товщин шарів, модулів пружності, радіуса відбитка колеса до товщини середнього шару.

Величини горизонтальних переміщень залежать від усіх прийнятих незалежних змінних, але найбільш суттєвий вплив мають відношення модулів пружності, особливо $\frac{E_2}{E_3}$. При слабкій основі (нижній шар) горизонтальні переміщення значно зростають (у 2-13 разів).

На поверхні напівпростору горизонтальні переміщення мають майже однакові значення при $r = \delta$ та $r = 2\delta$. Їх остаточна величина залежить від параметрів зовнішнього навантаження (q, δ) та модуля пружності верхнього шару E_1 .

Розрахунковими даними для перевірки можливості дорожніх матеріалів забезпечити спільність роботи на контактах шарів можна вважати:

- переміщення при $r = 2\delta$ на контакті верхнього та середнього шарів;
- переміщення при $r = \delta$ на контакті середнього та нижнього шарів.

Остаточна величина переміщень на контактах середнього шару залежить від його модуля пружності E_2 та параметрів зовнішнього навантаження (q, δ).

Оскільки горизонтальні переміщення разом з дотичними напруженнями характеризують умови спільності роботи шарів, дані дослідження можуть бути використаними для раціонального конструювання багатошарових систем.

Література

1. Коган Б.И. Напряжения и деформации многослойных покрытий // Труды ХАДИ. – Харьков: Изд-во ХГУ. – Вып. 14, – 1953. – С. 33-46.
2. Корсунский М.Б. Метод численного определения напряжений и перемещений в многослойном линейно-деформируемом полупространстве // Доклады и сообщения на науч.-техн. совещании по строит. автом. дорог. – М.: Оргтрансстрой, -1963.-С.227-239.
3. Бируля А.К. Конструирование и расчет нежестких дорожных одежд автомобильных дорог. – М.: Транспорт. –1964. – 168 с.
4. Зінченко В.Д., Голеско В.О. Напружений стан шарів з укріплених ґрунтів у конструкції дорожнього покриття // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – Київ: Будівельник. – Вип.12, – 1973. – С. 94-98.
5. Голеско В.А. Напряженно-деформированное состояние трехслойного полупространства // Вестник ХГАДТУ. – Харьков: Изд-во ХГАДТУ. – Вып.5, – 1997. – С. 40-44.
6. Плевако В.П., Ряпухин В.Н. Совершенствование метода расчета нежестких дорожных одежд // Вестник ХГАДТУ. – Харьков: РИО ХГАДТУ. – Вып.9, – 1999. – С. 51-56.
7. Плевако В.П. Напружений стан неоднорідних покриттів. – Львів: Машинознавство. – Вип. № 3(45). – 2001. – С.24-28.