

ПОРІВНЯЛЬНА ОЦІНКА ВИНИКНЕННЯ ФАЗОВИХ ПЕРЕХОДІВ В ЧАСОВИХ РЯДАХ ТЕМПЕРАТУРИ

**Петрович В.В.,
Артеменко В.А.**

Національний транспортний університет

При будівництві та експлуатації сучасних дорожніх конструкцій, що працюють в різноманітних складних природно-кліматичних умовах, важливо враховувати їх тепловий режим [1].

Одним із головних чинників, що визначає тепловий режим, є температура повітря, яка розраховується за спрощеною формулою $T_n = A_n \cdot \cos \frac{2\pi}{t} \tau$, де A_n – амплітуда коливань

температури. Ця температура безпосередньо формує температуру ґрунтів відкритого поля. Знаючи температуру повітря і ґрунту відкритого поля по глибині, в подальшому обчислюємо початкову температуру у певній точці полотна або дорожнього одягу [2].

Для розрахунку температури ґрунту через певні інтервали часу необхідно мати надійний прогноз зміни температури повітря. Такий прогноз буде значно сприяти підвищенню точності розрахунку теплового режиму дорожньої конструкції та її температурної стійкості з часом.

У більшості випадків при аналізі та подальшому прогнозі кліматичних процесів часовий ряд даних спостережень є єдиною інформацією, яку отримує спеціаліст. Тому найбільш повне використання даних спостережень, оцінка особливостей поведінки часового ряду є запорукою побудови коректної та адекватної прогнозної моделі процесу, що досліджується.

При дослідженні часових рядів кліматичних даних спостережень повинні бути вирішені наступні питання.

По-перше, визначається характер процесу (періодичний, квазіперіодичний, випадковий, хаотичний та ін.). Один із можливих підходів до вирішення цього питання запропоновано в [3].

По-друге, досліджується особливість еволюції даного процесу (характер зміни режимів, виявлення трендів і т. п.).

По-третє, встановлюються та аналізуються методи порівняння схожих, але неідентичних процесів (виявлення подібності, синхронізації).

В статті розглядаються та досліджуються деякі питання оцінки еволюції температурного процесу з метою подальшої побудови його прогнозної математичної моделі.

У якості об'єкта досліджень розглядався часовий температурний ряд (середньомісячні температури повітря) для Києва за період 1860-2004 роки, де розподіли температури є досить складними та мінливими [4].

На рис. 1 наведено графік цього температурного ряду, а на рис. 2 – збільшений фрагмент для зручності подальшого аналізу.

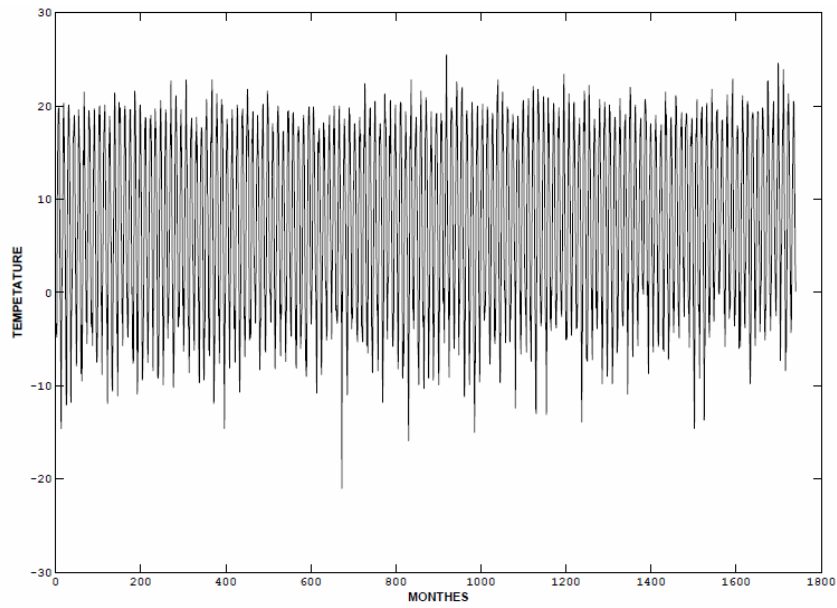


Рис.1. Часовий температурний ряд повітря

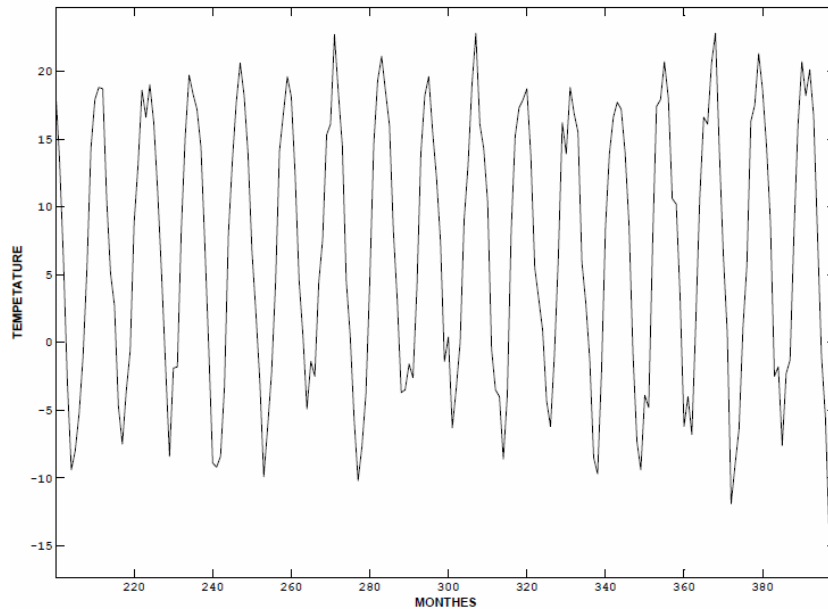


Рис.2. Збільшений фрагмент температурного ряду

Фур'є – метод аналізу та Фур'є – фільтрація

В процесі досліджень для аналізу ряду температур був спочатку використаний класичний метод Фур'є – аналізу (будували Фур'є – спектр потужності). При цьому використовували дискретне перетворення Фур'є [5,6]. На рис. 3 наведено фрагмент графіка Фур'є – спектра потужності, одержаний для вихідного ряду. Обчислення проводили за програмою, розробленою авторами в системі MATLAB.

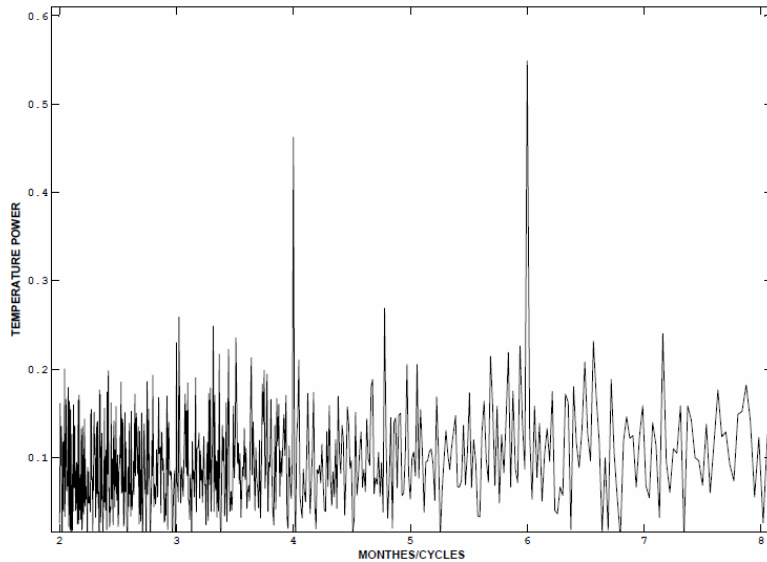


Рис. 3. Фрагмент спектра потужності, одержаний для вихідного ряду

На рис. 3 по горизонтальній вісі відкладали величину із розмірністю «місяці – цикли» (по суті, період коливальності).

На базі аналізу повного спектра можливо виділити ряд піків, що відповідають 12 місяцям, а також значно менші за рівнем піки у 6 та 4 місяці відповідно. Не розглядаючи у статті характер виникнення цих піків, відмітимо тільки умовність існуючого поділу року щодо кліматичного режиму, оскільки певні періоди є відверто перехідними. Відносно спектра – чітко виявляються лише три частини року, у яких температура істотно відмінна.

Однак, як відомо, класична процедура побудови спектра потужності Фур'є аналізує тільки глобальну періодичність (усереднену по довжині повного ряду).

В даному випадку особливий інтерес являє саме виявлення локальних особливостей часового ряду. Часовий ряд температур – це складний сигнал, у Фур'є – спектрі якого вміщується багато гармонік. При цьому вищі гармоніки спектру відповідають за найбільш швидкі зміни температури в ряді, а нижчі – за найбільш повільні. Тому, якщо необхідно розглядати тенденції у поведінці ряду на достатньо великих часових інтервалах, слід враховувати та аналізувати тільки нижчі гармоніки, а вищі не розглядати (тобто провести певну фільтрацію вихідного ряду температур).

Як відомо, Фур'є – фільтрація сигналу може бути одержана різноманітними засобами. У розробленому алгоритмі використано дискретне пряме та зворотне перетворення Фур'є, а вихідний сигнал (часовий ряд температур) розглядався на часовому проміжку від 0 до 2π . При цьому використовували розкладання за синусоїдальними та косинусоїдальними складовими [7], тобто при розкладанні не використовували комплексні числа.

Оскільки аналіз проводили для досить невеликого числа гармонік (NHARM), вищі гармоніки таким чином не враховувались.

Далі проводився відповідний синтез сигналу з використанням того ж числа гармонік NHARM, виконуючи тим самим необхідну Фур'є – фільтрацію вихідного сигналу. Алгоритм програми, що була реалізована в MATLAB, являв собою значно перероблений алгоритм, наведений у розділі «Ряды Фурье и тригонометрические полиномы» [8].

Аналіз проводився відповідно для 1, 2, 3, 6, 12, 24, 48 та 96 гармонік (NHARM). На рис. 4 наведено деякі результати розрахунків низькочастотної фільтрації. Як показали результати розрахунків, починаючи з NHARM = 12 досить чітко спостерігається тенденція зростання температур у часовому ряді, що аналізується. При NHARM = 96 вже можливо впевнено стверджувати про стійке зростання температур у часі.

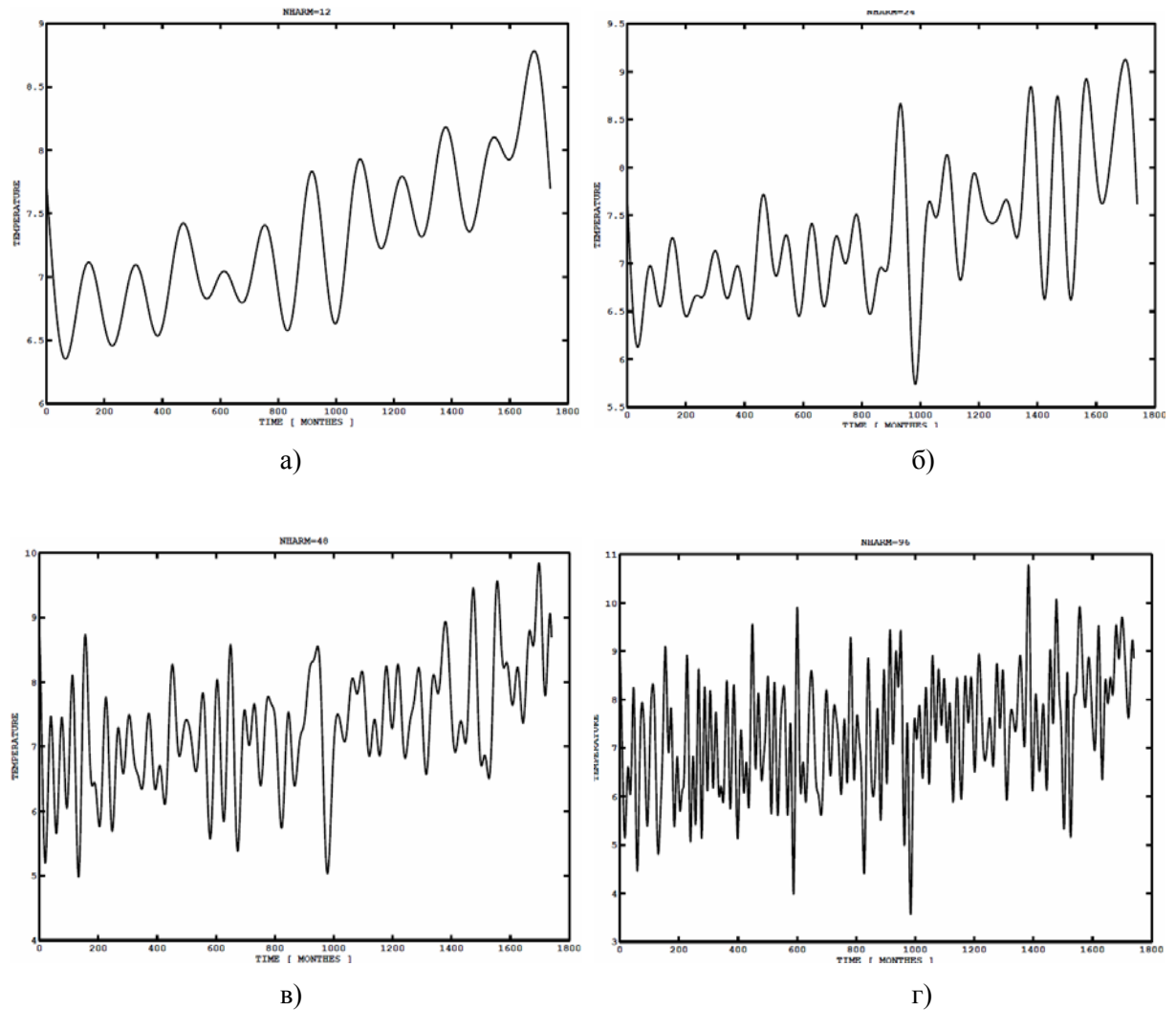


Рис. 4. Результати розрахунків низькочастотної фільтрації відповідно для NHARM = 12 (а), 24 (б), 48 (в) та 96 (г)

Таким чином, на основі розрахунків за допомогою Фур'є – фільтрації можливо визначити та зафіксувати, наприклад, не тільки факт поступового потепління, але й його особливості.

Тенденції щодо стійкого потепління на території України наведено також у працях багатьох авторів (дивись, наприклад, [9, 10]). З точки зору тривалої стійкості дорожньої конструкції подальші дослідження повинні бути спрямовані на прогноз появи аномально теплих зим, аналіз збігу аномально теплих зим та максимуму опадів і т. і.

Окремо слід відмітити той факт, що у аналогічних дослідженнях інших довготривалих процесів найбільш часто використовують таке поняття як «тренд». Однак оскільки цей термін звичайно асоціюють із трендом лінійним, у нашому випадку пропонується таке поняття як «тенденція ряду». Це пов'язане з тим, що проведене дослідження зафіксувало нерівномірне зростання температури (за нелінійним законом). Так, за перші 1200 місяців зростання температури було незначне, але далі і до кінця періоду аналізу (1740 місяців) зростання температури швидко та значно збільшується.

Математична модель, що враховує такий фазовий перехід температур у ряді, дозволить одержати адекватні характеристики процесу, що досліджується.

На базі того факту, що один із фазових переходів мав місце у часовому ряді атмосферних опадів [3] приблизно в той же проміжок часу, що і фазовий перехід у часовому ряді температур, відкривається можливість аналізувати такі кліматичні часові ряди у їх взаємозв'язку.

Метод локальних середніх значень

Як було зазначено вище, фазовий перехід – це достатньо різка (за відносно короткий проміжок часу) якісна зміна в поведінці температурного ряду.

Для повної ідентифікації фазового переходу необхідно знати час, коли цей перехід відбувся.

З цією метою використаємо таку інтегральну характеристику ряду як його локальні середні значення. В цьому випадку конкретна тенденція «перелому» поведінки ряду може бути встановлена при розбитті ряду на рівні частини, по кожній із яких у подальшому буде проведено відповідне усереднення даних.

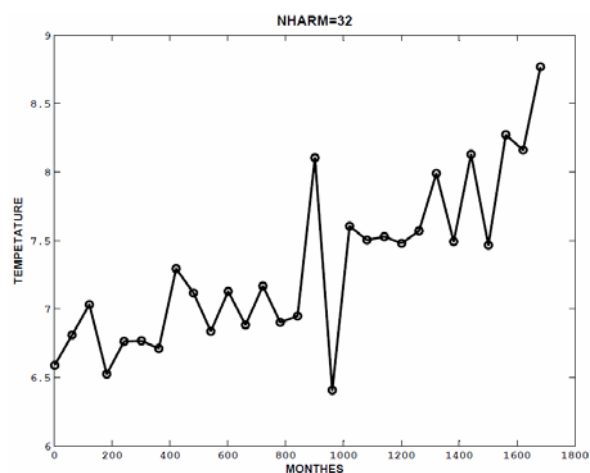
Так, стосовно даного часового ряду температур попередньо емпірично було встановлено, що розбиття його приблизно на 25 рівних частин дозволить чітко ідентифікувати не тільки цей фазовий перехід, але визначити і час, коли цей перехід відбувся.

При цьому зауважимо, що обґрунтування оптимального розбиття ряду може бути виконане із використанням теорії рядів, ґрунтуючись на відповідних осциляторних характеристиках ряду. Але це питання оптимального розбиття ряду з метою найкращої ідентифікації фазових переходів в статті не розглядається.

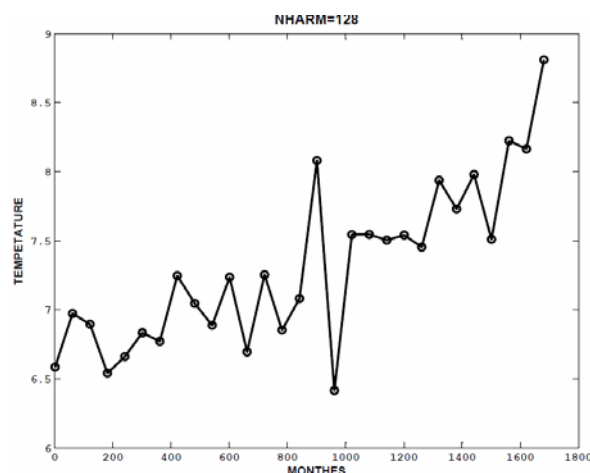
У даному випадку температурний ряд був розподілений на рівні частини по п'ять років, або 60 місяців. Далі, для кожної з цих частин було визначене середньоарифметичне значення (всього 29 значень). При графічній інтерпретації ці 29 точок з'єднали відрізками прямих, одержавши графік.

В якості вихідних даних використовувався ряд, що попередньо зазнав низькочастотну Фур'є – фільтрацію. При цьому число гармонік, що використовувались при аналізі/синтезі сигналу NHARM, складало відповідно 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64, 128 та 256.

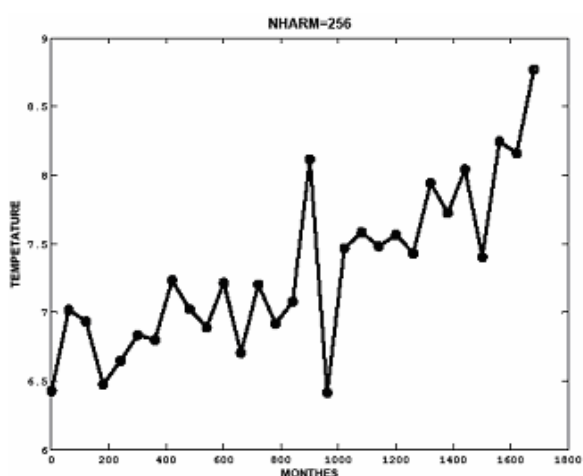
Також досліджувався нефільтрований (вихідний) ряд, що розглядався стосовно даних розрахунків як фільтрований, у якому враховувались всі без винятку гармоніки (ряд NHARM = ALL). Окремі результати розрахунків одержано за спеціальною програмою на MATLAB.



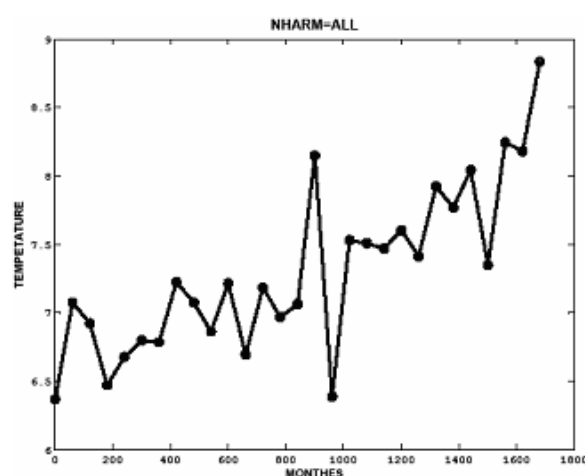
a)



б)



в)



г)

Рис. 5. Результати розрахунків при числі гармонік NHARM відповідно 32(a), 128(б), 256(в) та врахуванні всіх гармонік NHARM= ALL(г)

Як видно, починаючи з NHARM = 32 та закінчуючи NHARM = ALL (випадок врахування всіх гармонік), мають місце чіткі локальні мінімуми та локальні максимуми. При цьому значення всіх локальних мінімумів та максимумів змінюються дуже мало. Тобто, надійна ідентифікація фазового переходу у даному температурному ряді можлива вже при NHARM \geq 32 (час фазового переходу залишається постійним).

При NHARM = 32 (див. рис. 5, а) при часі 841 місяць маємо локальний мінімум ($T = 6,948^{\circ}\text{C}$), при часі 901 місяць – локальний максимум ($T = 8,104^{\circ}\text{C}$) і далі відповідно при часі 961 місяць – локальний мінімум ($T = 6,406^{\circ}\text{C}$), при часі 1021 місяць – локальний максимум ($T = 7,605^{\circ}\text{C}$).

Згідно рис. 5, спостерігається чітка N – подібна особливість фазового переходу. З практичної точки зору час фазового переходу можливо визначити як

$$T_{\Phi\Pi 1} = \frac{T_{\min 1} + T_{\max 2}}{2} = \frac{841 + 1021}{2} = 931(\text{місяць})$$

або

$$T_{\Phi\Pi 2} = \frac{T_{\max 1} + T_{\min 2}}{2} = \frac{901 + 961}{2} = 931(\text{місяць})$$

Тобто результати розрахунків тотожні.

Графік інтенсивностей.

В роботі [3] для ідентифікації фазових переходів у часових кліматичних рядах був використаний такий ефективний метод нелінійної динаміки, як рекуррентні графіки, що дозволяють працювати з відносно короткими та нестационарними рядами даних.

Цей невимогливий до якості вхідних даних метод аналізу часових рядів поєднує переваги чисельного апарату міри та великі візуальні можливості представлення результатів розрахунків. Існує достатньо велика кількість різновидів рекуррентних графіків (скорочено RP).

Для аналізу фазових переходів у часовому ряді температур розглянемо одну із модифікацій RP – так званий графік відстаней (Distance Plot, або скорочено DP).

Математично DP визначається як [11]

$$D_{J,JJ} = \left\| \vec{X}_J - \vec{X}_{JJ} \right\|,$$

$$\vec{X} \in R^M$$

$$J=1 \dots N$$

$$JJ=1 \dots N,$$

де N – кількість станів векторів, що розглядаються;

$\|\bullet\|$ – певна норма (досить часто використовується евклідова відстань).

Інші позначення аналогічні прийнятим у [3]. Більш правильним цю модифікацію рекуррентних графіків буде назвати графіком інтенсивностей, оскільки у даному випадку розглядається певне відображення на кольорову палітру.

В ході проведення досліджень була розроблена спеціальна програма на MATLAB, за допомогою якої проводили відповідні розрахунки, а потім їх візуалізували (будували графіки інтенсивностей).

Побудова графіку інтенсивностей для вихідного ряду середньомісячних температур повітря (що не був підданий будь-яким додатковим математичним обробкам) не дала можливості чітко виявити фазові переходи (ФП). Графіки інтенсивностей, побудовані для частин вихідного ряду, також не дали позитивного результату при відповідній ідентифікації ФП.

Тому на базі вихідного ряду середньомісячних температур повітря був побудований ряд середньорічних температур (рис. 6), для аналізу якого застосували метод графіка інтенсивностей.

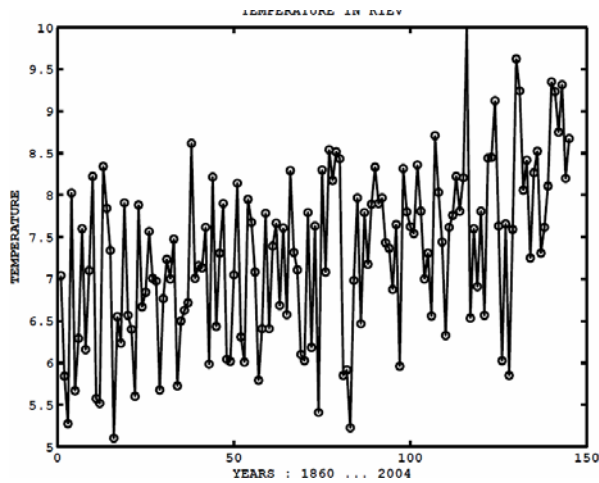


Рис. 6. Ряд середньорічних температур повітря

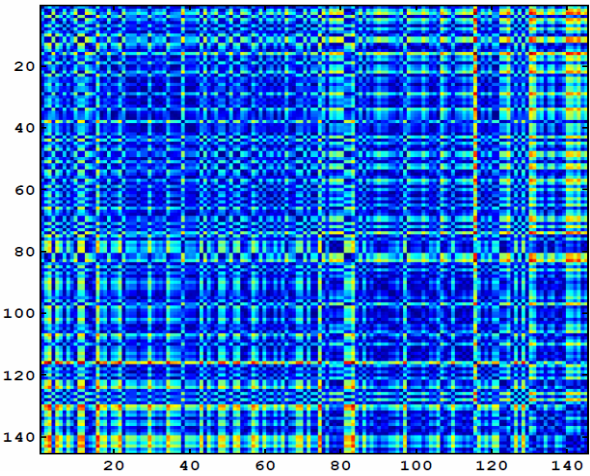


Рис. 7. Графік інтенсивностей для середньорічного ряду температур

Лише в цьому випадку було чітко зафіксовано ФП (рис. 7).

Згідно рис. 7, ФП мав місце за часом біля 77...78 років, що відповідає 924...936 місяцям (середнє значення складає 930 місяців). Дані розрахунків, наведені вище, дали час виникнення ФП також у період, що відповідав 930 місяцям.

Розроблена програма подає відповідний графік інтенсивностей у кольорі, на якому ФП фіксується більш чітко та однозначно, ніж у чорно-білій гамі, наведеній у цьому випуску збірника.

Слід також врахувати, що в попередній частині нашого дослідження було застосовано усереднення за 5 роками (60 місяцям), а у випадку використання графіка інтенсивностей – тільки за 1 роком (12 місяцям).

У цьому зв'язку можливо зробити певний висновок щодо процесу усереднення. Усереднення, на наш погляд, необхідне для ідентифікації ФП в кліматичних рядах, оскільки різка зміна поведінки такого ряду безпосередньо залежить від різких змін «середніх» характеристик ряду (різко змінюються локальні середні значення складових ряду).

Тому метод графіка інтенсивностей дозволяє, наприклад, проводити менші усереднення з метою подальшої ідентифікації ФП в часових рядах у порівнянні із методом локальних середніх.

Висновок

1. У загальному випадку при наявності фазового переходу на часовій кривій повинен обов'язково спостерігатися достатньо різкий «перелом» такої кривої.
2. Наявність фазових переходів у часовому ряді кліматичних даних вказує на те, що для моделювання поведінки ряду слід застосовувати різні прогностичні математичні моделі зміни клімату, дію яких повинні розподіляти попередньо визначені «часові» точки фазових переходів.

Література

1. Заворицький В.Й., Сіпетов В.С., Петрович В.В. Розробка теоретичної моделі розрахунку теплового режиму земляного полотна // Вісник Транспортної академії України та Українського транспортного університету. – К.: 1997. – № 1. – С. 47-53.
2. Петрович В.В. Методика розрахунку теплового режиму дорожньої конструкції // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – К.: УТУ, 2001. – Вип. 61. – С. 162-171.
3. Петрович В.В., Артеменко В.А. Дослідження особливостей часового ряду кліматичних даних методом рекуррентних графіків // Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – К.: НТУ. – 2010. – Вип. 78. – С. 92-107.
4. Клімат Києва//За ред. В.І. Осадчого, О.О. Косовця, В.М. Бабіченко. – К.: Ніка-Центр, 2010. – 320 с.
5. Джексон Д. Ряды Фурье и ортогональные полиномы. – М.: ГИТТЛ, 1948. – 260с.
6. Бендат Дж., Пирсол А. Прикладной анализ случайных данных. – М.: Мир. – 1989. – 540 с.
7. Бари Н.К. Тригонометрические ряды. – М.: ГИФМЛ. – 1961. – 936 с.
8. Мэтьюз Д.Г., Финк К.Д. Численные методы: Использование МАТЛАВ. – М. – СПб. – Киев: Вильямс, 2001. – 720с.
9. Кінаш Р.І., Бурнаєв О.М. До проблеми впливу температурного режиму повітря та поверхні ґрунту України на довговічність споруд // Сучасні проблеми проектування, будівництва та експлуатації споруд на шляхах сполучення. – Автомобільні дороги і дорожнє будівництво. – Вип. 64. – К.: НТУ. – 2002. – С 98-101.
10. Клімат України // За ред. В.М. Ліпінського, В.А. Дячука, В.М. Бабіченко. – К.: Вид. Раєвського. – 2003. – 343 с.
11. Iwanski J, Bradley E. Recurrence Plots of Experimental Data: To Ember or Not To Ember? – Chaos. – 1998. – Vol. 8. – № 4. – P. 861-871.