

ВИЗНАЧЕННЯ ФОРМ ВЛАСНИХ КОЛИВАНЬ МЕТОДОМ ДОДАТКОВОЇ МАСИ

Редченко В.П.

Дніпропетровський відділ ДерждорНДІ

Вступ

Моніторинг технічного стану мостів за їх динамічними характеристиками, які визначаються динамічними випробуваннями, займає чільне місце серед інших методів діагностики та отримує все більше розповсюдження як у світовій, так і у вітчизняній практиці [1,2,3]. Знання параметрів власних форм коливань конструкцій є необхідною умовою при визначенні їх сейсмостійкості, вимоги щодо натурального визначення цих параметрів для споруд, які знаходяться в сейсмічних зонах, закладено в нещодавно прийнятих державних нормах України ДБН В.1.1-12:2006 «Будівництво в сейсмічних районах України» [4].

Проблема

Визначення фактичних частот, форм та декрементів власних форм коливань прогонової будови мосту є одним з основних завдань, яке вирішується при проведенні динамічних випробувань. Серед названих трьох характеристик власних коливань визначення форми коливань є найбільш складним завданням при проведенні динамічних випробувань. Тут мається на увазі точне визначення форми коливань у вигляді графіка відносних амплітуд, а не приблизна лінія форми, яка показує лише відносне фазове положення окремих частин конструкції. Саме точне знання форм власних коливань та їх змін потрібне для визначення розташування дефекту при вібродіагностиці [5,6]. При цьому для визначення зміни форми коливання необхідно виконувати вимірювання прогинів розмірністю 0,001 мм та менше – практично це реалізується дуже складно і при значних похибках. Класичні методи визначення форм власних коливань шляхом вимірювання амплітуд вільних або вимушених коливань [7] не дають результату бажаної точності, особливо при згущенні власних частот. На вирішення вказаної проблеми і були направлені дослідження, основні результати яких викладені в цій статті.

Теоретичні дослідження

Моделлю найпростішої прогонової будови моста є однопрогонова балка. Для балки власна частота є відношенням двох інтегральних функцій, одна з яких залежить від функції жорсткості, а інша від функції маси [7]:

$$\omega_i^2 = \frac{\int_0^L I(x)[f_i''(x)]^2 dx}{\int_0^L m(x)[f_i(x)]^2 dx}, \quad (1)$$

де ω_i – кутова частота i -ї власної форми коливань;

$I(x)$ – функція жорсткості;

$m(x)$ – функція маси;

$f_i(x)$ – нормалізована функція i -ї власної форми коливань.

Нехай на малій ділянці Δl з координатою $x=a$ маса зміниться на $M_a = \Delta m \Delta l$. Змінена частота, при нехтуванні зміни форми коливань, виразиться наступним чином

$$(\omega_i - \Delta\omega_i(a))^2 = \frac{\int_0^L I(x)[f_i''(x)]^2 dx}{\int_0^L m(x)[f_i(x)]^2 dx + M_a[f_i(a)]^2}. \quad (2)$$

Відношення зміненої частоти до початкової знаходимо як відношення функцій (2) та (1)

$$\frac{(\omega_i - \Delta\omega_i(a))^2}{\omega_i^2} = \frac{\int_0^L m(x)[f_i(x)]^2 dx}{\int_0^L m(x)[f_i(x)]^2 dx + M_a[f_i(a)]^2}. \quad (3)$$

Ігноруючи величини меншого порядку, після перетворень отримуємо вираз для відносної зміни частоти

$$\frac{\Delta\omega_i(a)}{\omega_i} \approx \frac{M_a[f_i(a)]^2}{2 \int_0^L m(x)[f_i(x)]^2 dx} = C \cdot [f_i(a)]^2, \quad (4)$$

де C – константа для досліджуваного об'єкту.

Для випадку, коли маса є постійною по довжині балки, а функція i -ї власної форми коливань є синусоїдальною форми, маємо

$$\frac{\Delta\omega_i(a)}{\omega_i} \approx \frac{M_a[\sin(\pi \frac{a}{L})]^2}{2m \int_0^L [\sin(\pi \frac{x}{L})]^2 dx} = \frac{M_a}{mL} \times [\sin(\pi \frac{a}{L})]^2. \quad (5)$$

Як бачимо, функція відносної зміни частоти в залежності від координати додаткової маси є подібною квадрату функції власної форми коливань. Отже, виконуючи заміри частот власних форм коливань при наявності на балці додаткової маси та без неї, можна отримувати модулі амплітуд власних форм коливань.

Слід пам'ятати про ті спрощення, які були прийняті при виведенні цих залежностей, і насамперед те, що результати будуть задовільними лише для малих змін, коли додаткова маса як мінімум вдесятеро менша від маси балки. Оскільки у виведеній залежності амплітуда форми знаходиться в квадраті, то її фазове положення з даного виразу знайти не можна, але це, як згадувалося вище, легко вирішується класичними методами.

Експериментальні дослідження

Для натурального експерименту було вибрано сталеву балку коробчатого перерізу 40 x 80 мм з товщиною стінки 2 мм. Довжина балки – 4 м, погонна маса – 3,62 кг/м. Балку встановлено ширшою стороною на одну рухому (Оп. 1) і одну нерухому (Оп. 2) опорні частини, що розташовувались на відстані 5 см від торців балки, отже, розрахунковий прольот становив 3,9 м. Балка умовно поділена на 10 частин (0,39 м кожна). Відповідно в прольоті

визначилися перерізи 1...9 (рис. 1). Збуджувальний імпульсний вплив прикладався на відстані 0,49 м від Оп. 2 (1/8 довжини прольоту балки).

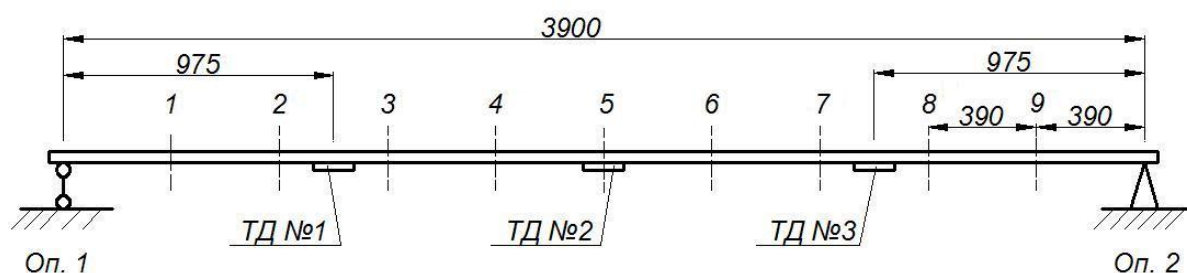


Рис. 1. Розташування умовних перерізів та тензодавачів на балці

Реєстрація відгуку балки на збудження була реалізована вимірюванням напружень тензодавачами. Тензодавачики наклеєні вздовж поздовжньої осі балки на її нижній грані. Всього використовувалось три тензодавачі (ТД): № 1, 2, 3, що встановлені в чвертях довжини прольоту балки. Реєстрація напружень проводилась синхронно з усіх трьох давачів апаратним комплексом "Spider" з частотою дискретизації 200 Гц. Як додаткову масу використовували гирку вагою 0,1 кг, що складає близько 0,7 % від маси балки.

Для визначення з підвищеною точністю частот трьох перших власних форм вертикальних коливань балки були використані уточнені алгоритми спектрального аналізу [8]. Для зменшення впливу шумів та інших гармонік також застосовувався метод додавання спектрів [9]. Все це дозволило визначати власні частоти з точністю $\pm 0,02$ %. Результати визначення власних частот балки за трьома першими формами та їх зміни при наявності додаткової маси в 9 точках представлено в табл. 1.

Таблиця 1 – Результати визначення власних частот для ряду точок прикладання додаткової маси

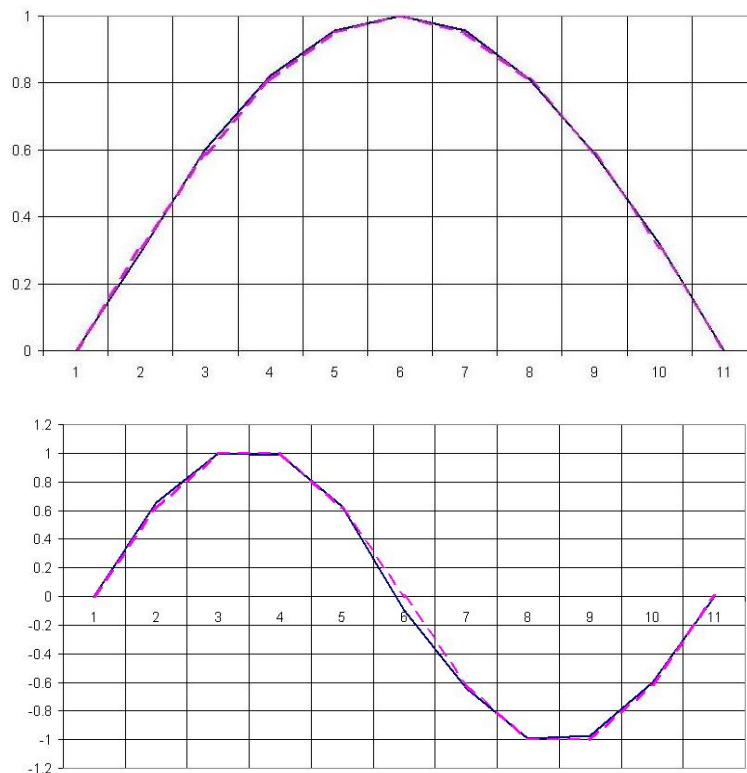
Точка прикладення додаткової маси 0,1 кг	1 форма	Зміна частоти, %	2 форма	Зміна частоти, %	3 форма	Зміна частоти, %
Вільні коливання	8,811	0,000	34,442	0,000	76,365	0,000
Точка 1	8,806	0,057	34,351	0,264	76,038	0,428
Точка 2	8,790	0,238	34,232	0,610	75,977	0,508
Точка 3	8,772	0,443	34,238	0,592	76,349	0,021
Точка 4	8,758	0,602	34,358	0,244	76,128	0,310
Точка 5	8,753	0,658	34,439	0,009	75,875	0,642
Точка 6	8,758	0,602	34,356	0,250	76,155	0,275
Точка 7	8,773	0,431	34,235	0,601	76,341	0,031
Точка 8	8,791	0,227	34,243	0,578	75,981	0,503
Точка 9	8,805	0,068	34,365	0,224	75,983	0,500

За величиною зміни частоти власної форми коливань відповідно до виразу (4) визначалися нормалізовані модулі ординат даної форми коливань (в долях відносно максимальної ординати даної форми), результати приведено в таблиці 2, для порівняння тут же представлено модулі ординат синусоїдальних функцій, якими розрахунково є форми власних коливань математичної моделі балки.

Таблиця 2 – Значення нормалізованих ординат власних форм коливань за результатами експерименту та за розрахунком

Точка на балці	1-ша форма		2-га форма		3-тя форма	
	Експер.	Розрах.	Експер.	Розрах.	Експер.	Розрах.
Точка 1	0,294	0,309	0,658	0,618	0,816	0,809
Точка 2	0,601	0,588	1,000	1,000	0,890	0,951
Точка 3	0,821	0,809	0,985	1,000	0,181	0,309
Точка 4	0,957	0,951	0,632	0,618	0,695	0,588
Точка 5	1,000	1,000	0,095	0,000	1,000	1,000
Точка 6	0,957	0,951	0,640	0,618	0,654	0,588
Точка 7	0,809	0,809	0,993	1,000	0,220	0,309
Точка 8	0,587	0,588	0,973	1,000	0,885	0,951
Точка 9	0,321	0,309	0,606	0,618	0,883	0,809

З врахуванням фазового положення визначені експериментально та для порівняння розрахункові форми власних коливань у вигляді графіків представлено на рис. 2.



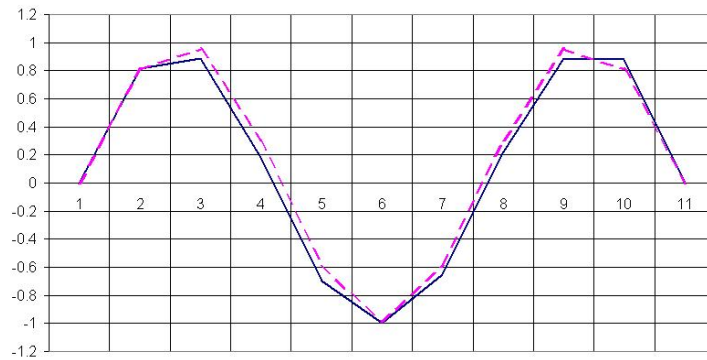


Рис. 2. Перші три форми власних коливань: визначені експериментально (суцільна лінія) та за розрахунками (пунктирна лінія)

Як бачимо, різниця між визначеними експериментально та розрахунковими формами власних коливань є несуттєвою. До того ж слід взяти до уваги, що на практиці фактичні форми власних коливань не будуть строго синусоїдальними – свій вплив вносять: наявність невеликих консолей за опорами; обпирання на опорні частини нижньою гранню, а не по осі балки; величина відношення висоти балки до її довжини (відмінність від математичної лінії) і т. п. Саме тому наявні відмінності в лініях вищих форм власних коливань не слід сприймати в повній мірі як неточності методу.

Висновок

Як показали виконані дослідження, визначення форми власних коливань за представленим в статті методом додаткової маси дає можливість отримувати достовірні результати про фактичні форми власних коливань будівельних конструкцій, які моделюються стержньовими елементами (балка, рама і т.п.). Для впровадження методу в практику натурних досліджень мостів заплановано виконати ряд експериментальних (як лабораторних так і натурних) робіт та відпрацювати практичну методику.

Хочеться відмітити простоту методу та його практичні переваги, а саме: для реалізації методу потрібна мала кількість первинних перетворювачів (давачів) – так для визначення окремих власних форм досить одного давача; можна застосовувати давач всіх типів, які дають можливість отримувати віброграми вільних коливань конструкції (прогиноміри, акселерометри, тензометри і т.п.) – незалежно від їх типу в результаті маємо мати, нормалізовані ординати форми коливань як і при застосуванні прогиномірів для прямого вимірювання амплітуд коливань.

Література

1. Еманов А.Ф. Технология диагностики и мониторинга состояния строительных конструкций на основе исследования микросейсмических колебаний / А.Ф. Еманов, Л.А. Скляр // Предотвращение аварий зданий и сооружений: сб. научных трудов – Вып. 8. – М.: 2009. – С. 63-72.
2. Коваль П.М., Филоненко С.Ф., Шашук П.М., Корниенко И.К. Анализ динамических характеристик моста. // Сб. «Дороги и мосты». Вып. 9.- К.: 2008 – с.119...128.
3. Masato Abe, Makoto Shimamura, Masaaki Matsunuma. Bridge Substructure Monitoring Using Live Load Induced Vibration. TRB 2007. – Annual Meeting. – 11 p.

4. Хавкін О.К., Калюх Ю.І., Мар'єнков М.Г., Глуховський В.П., Приемський В.Д. Моніторинг будівельних конструкцій і застосування нових державних норм ДБН В.1.1-12:2006 «Будівництво в сейсмічних районах України»//Будівельні конструкції: Зб. наук. праць. – К.: НДІБК, 2008. – Вип. 69. – С. 26-44.
5. Редченко В.П. Ідентифікація дефектів споруд методами динамічної діагностики [Текст] / В.П. Редченко // Строительство, материаловедение, машиностроение: сб. науч. тр. / ПГАСА. – Вып. 52. – Д.: ПГАСА, 2010. – Ч. 2. – С.100-104.
6. Wrana, B. Identyfikacja uszkodzenia mostu przy pomocy analizy wrażliwości [Текст] / B. Wrana // Materiały konferencyjne “Zespólone konstrukcje mostowe”. – Krakow, Poland, 2009. – P. 544-554.
7. Вибрации в технике: Справочник в 6-ти томах. – М.: Машиностроение, 1978-1981.
8. Редченко В.П. Особливості застосування спектрального аналізу при дослідженні коливань будівельних конструкцій [Текст] : монографія / В.П. Редченко. – Д.: Пороги, 2010. – 98 с.
9. Редченко, В.П. Визначення власних частот коливань прогонових будов мостів методом складання спектрів [Текст] / В.П. Редченко // Діагностика, довговічність та реконструкція мостів і будівельних конструкцій: зб. наук. пр. – Вип. 11. – Львів: Каменяр, 2009. – С. 199-203.