https://doi.org/10.36100/dorogimosti2020.21.146

УДК 624.4:539.374

Бабков О. В., *канд. техн. наук, доц., https://orcid.org/0000-0001-5075-4239*
Дехтяр А. С., *д-р техн. наук, проф., https://orcid.org/0000-0002-6838-0770*

Національна академія образотворчого мистецтва і архітектури, м. Київ, Україна

НЕСНА ЗДАТНІСТЬ ЦИЛІНДРИЧНИХ ОБОЛОНОК

Анотація

Вступ. Несна здатність — здатність конструкції сприймати граничне зусилля. Сучасні норми проєктування рекомендують на основі пластичного розрахунку перевіряти несну здатність конструкції вцілому, охоплюючи належним чином всі можливі форми руйнування. Результати розрахунків верхньої межі граничного навантаження для багатьох конструкцій часто вдається отримувати в замкнутій формі, надаючи остаточним результатам формульного вигляду. На цій основі можна побудувати економічний і ефективний процес попереднього проєктування, в якому розглядається конкуренція різних форм вичерпання несної здатності.

Проблематика. Під час експлуатації будівельні конструкції під впливом навантажень втрачають несну здатність, стійкість і деформуються, шо унеможливлює подальшу їх експлуатацію. Ознакою придатності до подальшої експлуатації є несна спроможність, яку можна оцінювати кінематичним методом теорії граничної рівноваги.

Мета роботи. Побудова методики оцінки несної здатності незамкнутих циліндричних оболонок з урахуванням різних можливих форм вичерпання несності.

Матеріали і методи. Методику розрахунку несності розроблено на основі кінематичного методу теорії граничної рівноваги, за допомогою якої оцінюється несна здатність незамкнутих циліндричних оболонок.

Результати. Запропонований метод і отримані співвідношення носять методичний характер і не претендують на широкі узагальнення, проте можна зауважити, що задану несну здатність циліндричної оболонки може бути досягнуто при різних поєднаннях товщини, пологості і площі перерізу затяжки.

Висновки. Запропоновано методику розрахунку несної здатності незамкнутих циліндричних оболонок. Певна несність оболонки може бути досягнута при різних сполученнях товщини, положистості і площі перерізу затяжки. Отримані прості співвідношення для оцінки граничних навантажень дозволяють сформулювати оптимізаційну задачу про відшукання найбільш економічної конструкції із заданою несною здатністю.

Ключові слова: кінематичний метод, несна здатність, пластичний шарнір, циліндричні оболонки.

Вступ

Циліндричні оболонки широко застосовуються в транспортному будівництві як покриття і облаштування зупинок на автомобільних дорогах, як покриття профілакторіїв і станцій технічного обслуговування, авторемонтних заводів і критих стоянок автотранспорту. Столітня історія широкого застосування залізобетонних тонкостінних покриттів починається з циліндричних оболонок. Спорудження таких оболонок в Німеччині в 1922 році пов'язане з діяльністю акціонерного

товариства Дікергофф і Відманн АГ (оболонки Цейсс-Дівідаг). Досвід застосування таких оболонок ще в передвоєнні роки показав їх добрі несні властивості і економічну ефективність.

Як покриття застосовуються окремі незамкнуті циліндричні оболонки і багатохвильові системи. Окремі оболонки зазвичай мають поздовжні контурні ребра. Крім того, торці оболонок, в тому числі і в багатохвильових системах, мають діафрагми у вигляді арок або ферм.

Нижче кінематичним методом теорії граничної рівноваги оцінюється несна здатність незамкнутих циліндричних оболонок з параболічною серединною поверхнею. Поздовжні ребра і торцеві діафрагми істотно підвищують несну здатність, і на фоні такого підвищення властивості самої оболонки важко оцінювати. Тому для того, щоб виключити або зменшити вплив ребер і діафрагм, останні в подальшому не враховуються, збережені лише затяжки в торцевих перерізах оболонки.

Виклад основного матеріалу

Циліндрична оболонка постійної товщини вільно обперта по торцях і несе рівномірне поперечне навантаження. Напрямна серединної поверхні — квадратна парабола (рис.1):

$$y = 4fl^{-2}x(i - x),$$

де l — прогін,

$f = \gamma l$ — стріла підйому.

Товщину h оболонки далі будемо представляти її відносною товщиною $\varepsilon = hl^{-1}$.

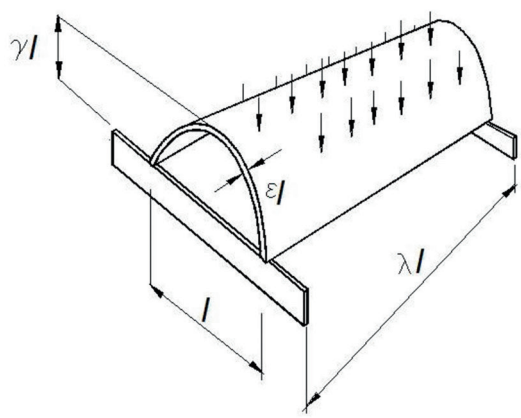

Рисунок 1 — Розрахункова схема

Матеріал оболонки прийнято як ідеальний жорсткопластичний з границями текучості σ при розтягуванні і σ_1 при стисненні, причому до того ж $\sigma_1 > \sigma$. Механічні властивості такого ідеального матеріалу наближаються до властивостей звичайного залізобетону.

Торцеві перерізи оболонки забезпечені затяжками. Площу поперечного перерізу затяжки позначимо $F = \mu h^2$.

Якщо оболонка має достатньо велику довжину, вичерпання її несної здатності може статися так, як показано на рис.2. Величина граничного згинального моменту M_0 в середньому перерізі оболонки становить:

$$M_0 = 0,5\sigma l^3 \varepsilon\gamma,$$

де γ — положистість оболонки (рис.1);

ε — відносна товщина оболонки.

При одиничному опусканні точок середнього перерізу оболонки кут γ взаємного повороту дорівнює $\gamma = 4/(\lambda l)$, тому робота внутрішніх сил на можливому переміщенні механізму, що утворився, визначається таким співвідношенням:

$$D_i = 4\sigma l^2 \varepsilon\gamma\lambda^{-1}.$$

Оскільки зовнішнє рівномірне навантаження інтенсивністю $q = p\sigma$ на тих самих переміщеннях виконує роботу

$$D_e = 0,5 p\sigma\lambda l^2,$$

то з умови рівноваги $D_i - D_e = 0$ знаходимо верхню межу граничного навантаження:

$$p_1 = 4\gamma\varepsilon\lambda^{-2}, \tag{1}$$

де p — безрозмірна інтенсивність граничного навантаження.

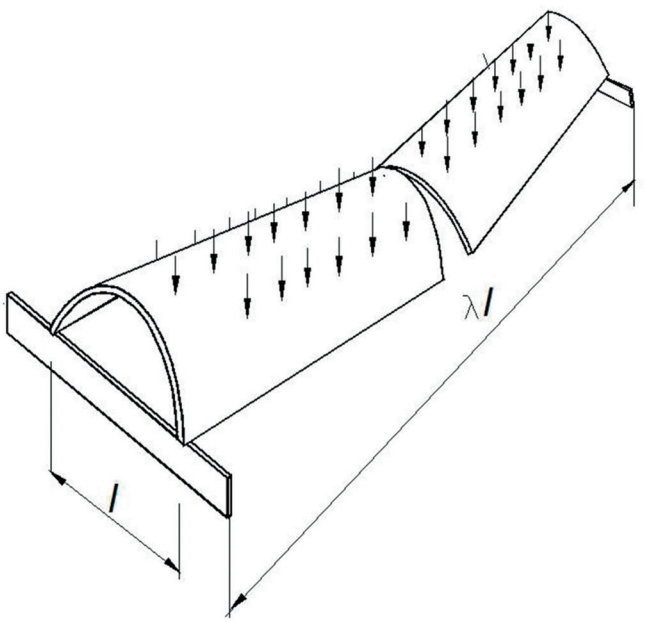

Рисунок 2 **—** Балкова форма руйнування

Якщо маємо порівняно коротку оболонку, вичерпання її несної здатності можливо за схемою, показаної на рис. 3 *а)* з утворенням лінійного пластичного шарніра в вершині покриття. Довжина такого шарніра — λl .

Обчислення роботи внутрішніх сил почнемо з роботи в лінійному пластичному шарнірі

D_{i1}. Оскільки граничний погонний згинальний момент $m_0 = 0,5\sigma\varepsilon^2 l^2$, а кут взаємного повороту елементів оболонки в шарнірі $4l^{-1}$, то одержуємо:

$$D_{i1} = 2\sigma l^2 \varepsilon^2 \lambda.$$

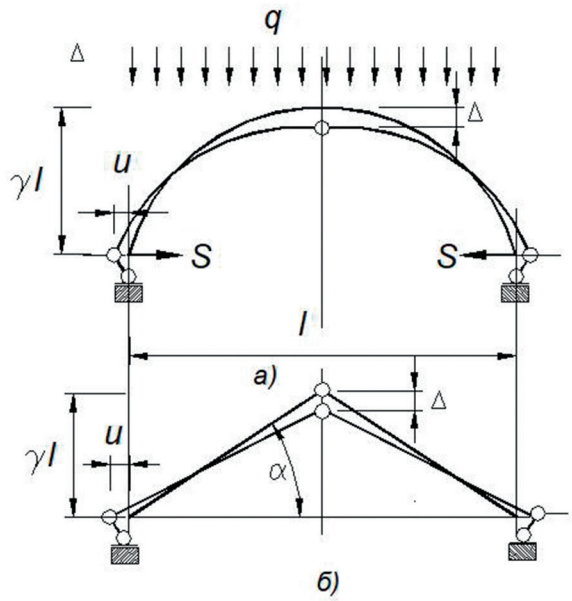

Рисунок 3 — *а)* оболонкова форма руйнування; *б)* кінематична схема

Граничне зусилля в затяжці $\sigma_1 \mu h^2$ здійснює роботу на переміщенні $2u$ $2u$ (рис.3, б). З кінематики схеми випливає, що $u = 2\gamma$ тоді робота зусиль в затяжці D_{i2} може бути представлена рівністю:

$$D_{i2} = 4\sigma_1 l^2 \varepsilon^2 \mu\gamma,$$

де μ — відносна величина перерізу затяжки.

Повну роботу внутрішніх сил отримаємо, підсумовуючи обидва доданки:

$$D_i = \sigma l^2 \varepsilon^2 (2\lambda + 8\gamma\mu).$$

Враховуючи, що вираз D_e для роботи зовнішнього навантаження з попередньої схеми зберігає силу, отримуємо оцінку граничної інтенсивності граничного навантаження в другій схемі руйнування:

$$p = 2\varepsilon^2 \lambda^{-1} (2\lambda + 4\psi\gamma\mu), \qquad (2)$$

де $\psi = \sigma_1 / \sigma$ — відношення меж текучості при розтягуванні матеріалів затяжки та оболонки.

При оцінці результату (2) врахуємо, що існує деяке граничне зусилля в затяжці — таке, що його подальше збільшення вже не може підвищити несну здатність оболонки, оскільки призводить до її руйнування за іншою схемою, показаною на рис. 4.

У ній передбачається утворення трьох поздовжніх пластичних шарнірів. Крім середнього, як в попередній схемі, утворюються ще два бічних шарніра. В загальному випадку місце їх утворення невідомо і визначається з умови мінімуму навантаження.

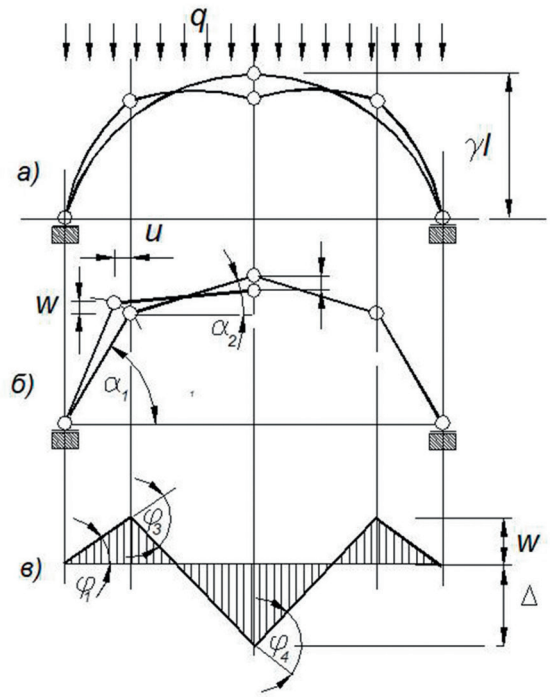

Рисунок 4 — *а)* оболонкова форма руйнування, *б)* кінематична схема, *в)* поля можливих вертикальних переміщень

На рис. 4, *б)* показана кінематична модель механізму, а на рис. 4, *в)* — поперечний переріз поля можливих вертикальних переміщень.

Така форма руйнування передбачає піднесення частини поверхні, на ній рівномірне вертикальне навантаження виконує від'ємну роботу.

Замість абсолютних координат *x, y* введемо їх відносні величини $\xi = xl^{-1}$ $\varsigma = yl^{-1}$, тоді кути нахилу ланок механізму α_1, β_2 (рис. 4, *б*) можуть бути представлені виразами:

$$tg\alpha_1 = \varsigma / \xi;$$
$$tg\alpha_2 = (\gamma - \varsigma) / (0{,}5 - \xi),$$

де ξ — відносна абсциса лівого бічного лінійного пластичного шарніра. Його підведення *w* відомо [1, 2].

$$w = tg\alpha_2 / (tg\alpha_1 - tg\alpha_2).$$

Маючи в своєму розпорядженні величину *w*, знаходимо віртуальні кути взаємного повороту ланок (рис. 4, в):

$$\varphi_1 = w/(l\xi);.$$
$$\varphi_2 = l^{-1}(1+w)/(0,5-\xi);$$
$$\varphi_3 = 2\varphi_2;$$
$$\varphi_4 = \varphi_1 + \varphi_3.$$

Робота граничних погонних згинальних моментів D_i в трьох пластичних шарнірах може бути представлена виразом:

$$D_i = 0,5\sigma l^2 \varepsilon^2 (\varphi_3 + \varphi_4),$$

а робота D_e, що здійснюється на тих же переміщеннях зовнішнім рівномірним навантаженням інтенсивністю $q = p\sigma$, дорівнює:

$$D_e = p\sigma S.$$

де S — сума площ епюри вертикальних можливих переміщень (рис.4, *в*):

$$S = l((0,5-\xi)(1+w) - w(1-\xi)).$$

З умови рівноваги $D_i = D_e = 0$ знаходимо безрозмірну інтенсивність граничного навантаження p_3.

Розглянемо приклад — оболонку з пологістю $\gamma = 0,4$ і з відносною товщиною $\varepsilon = 0,01$. В результаті описаних обчислень для неї отримана верхня оцінка граничного навантаження p — 0,031 з утворенням шарніра в точці ξ — 0,2.

В окремому випадку для лінійного вертикального навантаження, прикладеного тільки уздовж вершини, і при фіксованому положенні бічних пластичних шарнірів в чвертях прольоту оболонки $\xi = 0,25$ оцінки інтенсивності граничного лінійного навантаження можна отримати в замкнутій формі. Дійсно, при $\xi = 0,25$ отримуємо для всіх трьох розглянутих форм вичерпання несної здатності відповідно:

$$q_1 = 2\sigma l \varepsilon \gamma \lambda^{-1};$$
$$q_2 = \sigma l \varepsilon^2 \lambda^{-1}(\lambda + 4\mu\psi\gamma);$$
$$q_3 = 7\sigma l \varepsilon^2 \lambda.$$

Порівнюючи наприклад, оцінки q_2 і q_3, знаходимо:

$$\mu^* = 0,75\lambda/\gamma.$$

Нижче наведені результати обчислень верхньої межі граничного навантаження на циліндричну оболонку. З урахуванням виразів (1) і (2) отримуємо остаточно

$$p = \min(p_1, p_2). \tag{3}$$

У цих обчисленнях всюди було прийнято $\mu < \mu^*, \gamma = 0,4$.

На рис. 5 представлена область параметрів ε, λ та показаний перехід від «балкової форми» руйнування до «оболонкової», а в табл. 1 наведені збільшені у 100 разів величини безрозмірних граничних навантажень (3).

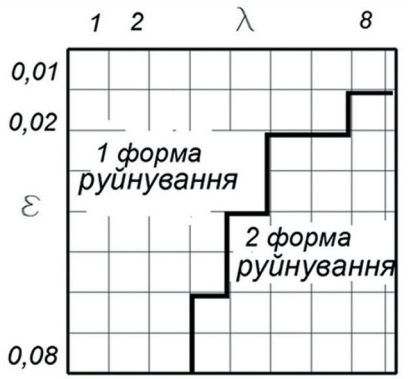

Рисунок 5 **—** Перехід від «балкової форми» руйнування до «оболонкової»

Таблиця 1

Безрозмірні граничні навантаження

ε	λ							
	1	2	3	4	5	6	7	8
0,01	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22	0,22
0,02	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,88	0,69
0,03	1,98	1,98	1,98	1,98	1,98	1,65	1,36	1,04
0,94	3,52	3,52	3,52	3,52	3,52	2,47	1,81	139
0,05	5,50	5,50	5,50	5,50	4,42	3,12	2,22	1,74

Щоб оцінити результати, представлені в табл. 1, припустимо, що границя текучості матеріалу оболонки при розтягу 2 МПа, границя текучості матеріалу затяжки 200 МПа, прольот оболонки 2 м, її довжина 8 м, товщина 4 см. Відповідні параметри будуть $\varepsilon = 0{,}02$; $\lambda = 4$. Для них з таблиці знаходимо 0,0088 і відповідно $q = 0{,}176$.

Висновки

Запропоновано методику розрахунку несної здатності незамкнутих циліндричних оболонок. Певна несність оболонки може бути досягнута при різних сполученнях товщини, положистості і площі перерізу затяжки. Отримані прості співвідношення для оцінки граничних навантажень дозволяють сформулювати оптимізаційну задачу про відшукання найбільш економічної конструкції із заданою несною здатністю. Наведено приклади розв’язання таких задач. Методика і подані тут розрахункові співвідношення наразі використовуються у викладанні спецкурсу оптимального проєктування при підготовці архітекторів — магістрів.

Список літератури

1. Дехтярь А. С., Рассказов А. О. Несущая способность тонкостенных конструкций. Київ, 1990. 287 с.
2. Дехтярь А. С. Несущая способность коробчатых конструкций. *Строительная механика и расчет сооружений.* Москва, 1987. № 3. С. 9-12.

References

1. Dekhtyar A.S, Rasskazov A.O. Nesushchaia sposobnost tonkostennykh konstruktsyi (Load carrying capacity of thin-walled structures) Kiev, 1990. 287 p. [in Russian].

2. Dekhtyar A. esushchaia sposobnost korobchatykh konstruktsyi (Load carrying capacity of box-like structures). *Structural mechanics and calculation of structures.* Moscow, 1987. N 3. P. 9-12. [in Russian].

Oleksandr Babkov, *Ph.D.*, *Associate Prof.*, *https://orcid.org/0000-0001-5075-4239*
Anatolii Dekhtyar, *D.Sc.*, *Prof.*, *https://orcid.org/0000-0002-6838-0770*

National Academy of Fine Art and Architecture, Kyiv, Ukraine

LOAD CARRYING CAPACITY OF CYLINDRICAL SHELLS

Abstract

Introduction. Load carrying capacity — the ability of structures to resist of limit load. Modern design standards recommend based plastic calculation when the load carrying capacity may be calculated in in general, including all possible of different forms of destruction. Calculation of the upper bound of the limit load for many cases can often be carried out in a closed form formula giving the final results. On this basis we can construct an economical and efficient process of preliminary design, which addresses to various forms of competition exhaustion load carrying capacity resolution.

Problem statement. During operation structures may lose they load carrying capacity, stability. These factors can prevent further exploitation. Assess the suitability for further use is load carrying capacity which can be evaluated by kinematic method of limit equilibrium theory.

Purpose. Techniques for load carrying capacity assessment of cylindrical shells taking into account various possible forms of load carrying capacity.

Materials and methods. Method of calculation developed on based load carrying capacity with kinematic method of limit equilibrium theory by which we can evaluate the load carrying capacity of cylindrical shells.

Results. The proposed method and the resulting value are methodological in nature and not intended to sweeping generalizations however, we can see that the load carrying capacity of cylindrical shell can be achieved with different combinations of thickness and cross-sectional area tightening.

Conclusions. The method of load carrying capacity calculation gives an ability for cylindrical shells design. Specified load carrying capacity of cylindrical shell can be achieved by various combinations of thickness and square section of elements in tension. The resulting ratio for simple assessment of limit loads allow to formulate of optimization problem of finding the most economical design according to a given load carrying capacity.

Keywords: cylindrical shell, load carrying capacity, plastic hinge, kinematical method.